अध्याय 13

सांख्यिकी

सभी NCERT प्रश्नों के चरणबद्ध हल

NCERT गणित कक्षा 10, पुनर्मुद्रण 2026-27। प्रश्नावली 13.1, 13.2 और 13.3 के सभी 22 प्रश्न।

मुख्य विषय

- वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य
- बहुलक
- माध्यिका
- संचयी बारंबारता
- लुप्त बारंबारता
- परीक्षा की महत्वपूर्ण पंक्तियाँ

आँकड़े $\rightarrow$ तालिका $\rightarrow$ सूत्र $\rightarrow$ निष्कर्ष

मुख्य सूत्र

माध्य

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}, \quad \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}, \quad \bar{x} = a + h\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

जहाँ $x_i = (\text{निम्न सीमा+उच्च सीमा})/2$, $d_i = x_i - a$, $u_i = d_i/h$। **बहुलक**

$$Z = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} h$$

माध्यिका

$$M = l + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} h$$

अनुभवजन्य संबंध

$$3M = Z + 2\bar{x}$$

l संबंधित वर्ग की निम्न सीमा, h वर्ग-माप, cf उससे पहले की संचयी बारंबारता और $N = \sum f$ है।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 1

पौधों के वर्ग: $0--2, ldots, 12--14$; बारंबारताएँ $1, 2, 1, 5, 6, 2, 3$। वर्ग-चिह्न $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13$।

$$\sum f_i = 20, \qquad \sum f_i x_i = 162$$

$$\bar{x} = \frac{162}{20} = 8.1$$

उत्तर: प्रति घर पौधों की औसत संख्या 8.1। Direct method उपयुक्त है, क्योंकि संख्याएँ छोटी हैं।

वर्ग-चिह्न हर वर्ग के मध्य का मान होता है।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 2

दैनिक मजदूरी वर्ग ₹$500--520, ldots, 580--600$ और बारंबारता $12, 14, 8, 6, 10$। मान लें $a = 550$, $h = 20$। तब $u_i = -2, -1, 0, 1, 2$।

$$\sum f_i = 50, \qquad \sum f_i u_i = -12$$

$$\bar{x} = a + h\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$
$$= 550 + 20\left(\frac{-12}{50}\right) = 545.20$$

उत्तर: औसत दैनिक मजदूरी ₹545.20।

बड़े वर्ग-चिह्न और समान वर्ग-माप होने पर step-deviation विधि तेज होती है।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 3

औसत pocket allowance ₹18 है और 19--21 वर्ग की बारंबारता f अज्ञात है। गणना तालिका से

$$\sum f_i = 44 + f, \qquad \sum f_i x_i = 752 + 20f$$

माध्य सूत्र में रखें:

$$18 = \frac{752 + 20f}{44 + f}$$

$$792 + 18f = 752 + 20f \Rightarrow 40 = 2f \Rightarrow f = 20$$

उत्तर: लुप्त बारंबारता $f = 20$।

लुप्त बारंबारता वाले प्रश्न में ज्ञात माध्य को समीकरण में रखकर f निकालें।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 4

हृदय-धड़कन वर्ग $65--68, ldots, 83--86$; बारंबारता $2, 4, 3, 8, 7, 4, 2$। मान लें $a = 75.5$, $h = 3$।

$$u_i = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\sum f_i = 30, \qquad \sum f_i u_i = 4$$

$$\bar{x} = 75.5 + 3\left(\frac{4}{30}\right) = 75.9$$

उत्तर: औसत धड़कन 75.9 प्रति मिनट।

उत्तर के साथ “प्रति मिनट” जैसी अर्थपूर्ण इकाई अवश्य लिखें।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 5

आमों के वर्ग 50--52, 53--55 आदि असतत हैं।

सीमाएँ सुधारकर पहला सतत वर्ग 49.5--52.5 होगा। मान लें $a = 57$, $h = 3$। बारंबारता $15, 110, 135, 115, 25$।

$$\sum f_i = 400, \qquad \sum f_i u_i = 25$$

$$\bar{x} = 57 + 3\left(\frac{25}{400}\right) = 57.1875$$

उत्तर: प्रति पेटी आमों की औसत संख्या लगभग 57.19।

वर्गों के बीच 1 का अंतर हो तो प्रत्येक सीमा में 0.5 का समायोजन करें।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 6 और 7

6. भोजन पर दैनिक व्यय

मान लें $a = 225$, $h = 50$; $\sum f_i = 25$, $\sum f_i u_i = -7$।

$$\bar{x} = 225 + 50\left(\frac{-7}{25}\right) = 211$$

उत्तर: औसत दैनिक व्यय ₹211।

7. वायु में SO_2 की सांद्रता

वर्ग-चिह्न $0.02, 0.06, 0.10, 0.14, 0.18, 0.22$।

$$\sum f_i = 30, \qquad \sum f_i x_i = 2.96$$

$$\bar{x} = \frac{2.96}{30} = 0.0987 \approx 0.099 \text{ ppm}$$

उत्तर: औसत सांद्रता लगभग 0.099 ppm।

प्रश्नावली 13.1 — प्रश्न 8 और 9

8. अनुपस्थिति के दिन

वर्ग-चिह्नों और बारंबारताओं की तालिका से

$$\sum f_i = 40, \qquad \sum f_i x_i = 499$$

$$\bar{x} = \frac{499}{40} = 12.475 \approx 12.48 \text{ दिन}$$

उत्तर: औसत अनुपस्थिति 12.48 **दिन।**

9. 35 नगरों की साक्षरता दर

मान लें $a = 70$, $h = 10$; $\sum f_i = 35$, $\sum f_i u_i = -2$।

$$\bar{x} = 70 + 10\left(\frac{-2}{35}\right) = 69.43\%$$

उत्तर: औसत साक्षरता दर लगभग 69.43%**।**

प्रश्नावली 13.2 — प्रश्न 1

रोगियों की आयु में सबसे अधिक बारंबारता 23 है, अतः बहुलक वर्ग 35--45।

$$l = 35,\ h = 10,\ f_1 = 23,\ f_0 = 21,\ f_2 = 14$$

$$Z = 35 + \frac{23 - 21}{46 - 21 - 14} \times 10 = 36.8 \text{ वर्ष}$$

गणना तालिका से माध्य

$$\bar{x} \approx 35.37 \text{ वर्ष}$$

उत्तर: बहुलक 36.8 वर्ष और माध्य लगभग 35.37 वर्ष। अधिकांश रोगियों की आयु लगभग 36.8 वर्ष है।

प्रश्नावली 13.2 — प्रश्न 2

225 विद्युत अवयवों में बहुलक वर्ग 60--80 घंटे है।

$$l = 60,\ h = 20,\ f_1 = 61,\ f_0 = 52,\ f_2 = 38$$

$$\begin{aligned} Z &= 60 + \frac{61 - 52}{2(61) - 52 - 38} \times 20 \\ &= 60 + \frac{9}{32} \times 20 = 65.625 \end{aligned}$$

उत्तर: अवयवों का बहुलक जीवनकाल लगभग 65.63 घंटे।

Modal class वही है जिसकी बारंबारता सबसे अधिक होती है।

प्रश्नावली 13.2 — प्रश्न 3

200 परिवारों के मासिक व्यय में बहुलक वर्ग ₹1500--2000।

$$l = 1500,\ h = 500,\ f_1 = 40,\ f_0 = 24,\ f_2 = 33$$

$$Z = 1500 + \frac{40 - 24}{80 - 24 - 33} \times 500 \approx ₹1847.83$$

माध्य की गणना तालिका से

$$\sum f_i = 200, \qquad \sum f_i x_i = 532500$$

$$\bar{x} = \frac{532500}{200} = ₹2662.50$$

उत्तर: बहुलक व्यय लगभग ₹1847.83 और औसत व्यय ₹2662.50।

प्रश्नावली 13.2 — प्रश्न 4

शिक्षक-विद्यार्थी अनुपात में बहुलक वर्ग 30--35।

$$l = 30,\ h = 5,\ f_1 = 10,\ f_0 = 9,\ f_2 = 3$$

$$Z = 30 + \frac{10 - 9}{20 - 9 - 3} \times 5 = 30.625 \approx 30.6$$

गणना तालिका से माध्य

$$\bar{x} \approx 29.2$$

उत्तर: बहुलक अनुपात लगभग 30.6 और माध्य अनुपात लगभग 29.2।

व्याख्या: सामान्यतः एक शिक्षक पर लगभग 30 विद्यार्थी हैं।

प्रश्नावली 13.2 — प्रश्न 5 और 6

5. एकदिवसीय क्रिकेट के रन

बहुलक वर्ग 4000--5000; $l = 4000, h = 1000, f_1 = 18, f_0 = 4, f_2 = 9$।

$$Z = 4000 + \frac{18 - 4}{36 - 4 - 9} \times 1000 \approx 4608.7$$

उत्तर: बहुलक रन लगभग 4608.7**।**

6. तीन मिनट में गुजरने वाली कारें

बहुलक वर्ग 40--50; $l = 40, h = 10, f_1 = 20, f_0 = 12, f_2 = 11$।

$$Z = 40 + \frac{20 - 12}{40 - 12 - 11} \times 10 \approx 44.7$$

उत्तर: बहुलक संख्या लगभग 44.7 **कारें।**

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 1

बिजली खपत के 68 उपभोक्ता हैं। $N/2 = 34$ और माध्यिका वर्ग 125--145।

$$l = 125,\ cf = 22,\ f = 20,\ h = 20$$

$$M = 125 + \frac{34 - 22}{20} \times 20 = 137$$

माध्य तालिका से $\bar{x} = 137.05$ इकाई। बहुलक वर्ग भी 125--145:

$$Z = 125 + \frac{20 - 13}{40 - 13 - 14} \times 20 = 135.76$$

उत्तर: माध्यिका 137, माध्य 137.05, बहुलक 135.76 इकाई; तीनों लगभग बराबर हैं।

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 2

$N = 60$, माध्यिका 28.5 और माध्यिका वर्ग 20--30।

$$l = 20,\ h = 10,\ f = 20,\ cf = 5 + x$$

$$28.5 = 20 + \frac{30 - (5 + x)}{20} \times 10$$

$$17 = 25 - x \Rightarrow x = 8$$

कुल बारंबारता से

$$5 + x + 20 + 15 + y + 5 = 60$$

$$45 + x + y = 60 \Rightarrow y = 7$$

उत्तर: $x = 8$ **और** $y = 7$**।**

पहले माध्यिका सूत्र से एक अज्ञात, फिर कुल बारंबारता से दूसरा निकालें।

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 3

“से कम” संचयी बारंबारता को साधारण बारंबारता में बदलें। $N = 100$, इसलिए $N/2 = 50$। माध्यिका वर्ग 35--40 है।

$$l = 35,\ h = 5,\ cf = 45,\ f = 78 - 45 = 33$$

$$M = 35 + \frac{50 - 45}{33} \times 5$$
$$= 35 + \frac{25}{33} \approx 35.76 \text{ वर्ष}$$

उत्तर: पॉलिसीधारकों की माध्यिका आयु लगभग 35.76 वर्ष।

“Below” तालिका में दो लगातार संचयी बारंबारताओं का अंतर वास्तविक बारंबारता देता है।

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 4

पत्तियों की लंबाई निकटतम mm में है; वर्गों को सतत करें। $N = 40$, $N/2 = 20$। माध्यिका वर्ग 144.5--153.5।

$$l = 144.5,\ h = 9,\ cf = 17,\ f = 12$$

$$M = 144.5 + \frac{20 - 17}{12} \times 9$$
$$= 144.5 + 2.25 = 146.75 \text{ mm}$$

उत्तर: पत्तियों की माध्यिका लंबाई 146.75 mm।

Inclusive वर्गों को माध्यिका सूत्र से पहले continuous बनाना जरूरी है।

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 5

400 neon lamps के लिए $N/2 = 200$। संचयी बारंबारता से माध्यिका वर्ग 3000--3500 घंटे।

$$l = 3000,\ h = 500,\ cf = 130,\ f = 86$$

$$\begin{aligned} M &= 3000 + \frac{200 - 130}{86} \times 500 \\ &= 3000 + 406.98 = 3406.98 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

उत्तर: लैम्प का माध्यिका जीवनकाल लगभग 3406.98 घंटे।

जिस वर्ग की संचयी बारंबारता पहली बार $N/2$ से अधिक हो, वही माध्यिका वर्ग है।

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 6

100 surnames के लिए माध्यिका वर्ग 7--10।

$$M = 7 + \frac{50 - 36}{40} \times 3 = 8.05$$

माध्य तालिका से $\sum f_i x_i = 832$:

$$\bar{x} = \frac{832}{100} = 8.32$$

बहुलक वर्ग 7--10:

$$Z = 7 + \frac{40 - 30}{80 - 30 - 16} \times 3 \approx 7.88$$

उत्तर: माध्यिका 8.05, माध्य 8.32 और बहुलक लगभग 7.88 अक्षर।

एक ही प्रश्न में माध्य, माध्यिका और बहुलक के लिए अलग-अलग तालिका-स्तंभ उपयोग हो सकते हैं।

प्रश्नावली 13.3 — प्रश्न 7

30 विद्यार्थियों के लिए $N/2 = 15$। संचयी बारंबारता: $2, 5, 13, 19, 25, 28, 30$। अतः माध्यिका वर्ग 55--60 kg।

$$l = 55,\ h = 5,\ cf = 13,\ f = 6$$

$$M = 55 + \frac{15 - 13}{6} \times 5$$
$$= 55 + 1.6667 = 56.67 \text{ kg}$$

उत्तर: विद्यार्थियों का माध्यिका भार लगभग 56.67 kg।

संचयी बारंबारता हमेशा क्रमशः जोड़कर बनती है; साधारण बारंबारता सीधे सूत्र में cf नहीं है।

परीक्षा की महत्वपूर्ण पंक्तियाँ

1. माध्य के लिए हर वर्ग का वर्ग-चिह्न पहले निकालें।
2. Modal class की बारंबारता सबसे अधिक होती है।
3. Median class की संचयी बारंबारता पहली बार $N/2$ को पार करती है।
4. माध्यिका सूत्र में cf माध्यिका वर्ग से ठीक पहले की संचयी बारंबारता है।
5. असतत inclusive वर्गों को पहले सतत बनाएं।
6. अंतिम उत्तर को प्रश्न की इकाई और अर्थ के साथ लिखें।
7. दशमलव rounding केवल अंतिम चरण में करें।

तालिका के अंत में $\sum f_i$, $\sum f_i x_i$ या $\sum f_i u_i$ अवश्य दिखाएँ; इससे step marks मिलते हैं।

एक-पृष्ठ त्वरित पुनरावृत्ति

Direct mean	$\bar{x} = \sum f_i x_i / \sum f_i$
Step deviation	$\bar{x} = a + h \sum f_i u_i / \sum f_i$
Mode	$l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} h$
Median	$l + \frac{N/2 - cf}{f} h$
Empirical relation	$3M = Z + 2\bar{x}$
Class mark	(lower+upper)$/2$

हल का सही क्रम: वर्ग-चिह्न/CF तालिका $\rightarrow$ आवश्यक मान पहचानें $\rightarrow$ सूत्र $\rightarrow$ substitution $\rightarrow$ निष्कर्ष।

सही तालिका आधा समाधान है।