अध्याय 4

# द्विघात समीकरण

## सभी NCERT प्रश्नों के पूर्ण हल

**वर्तमान पाठ्यक्रम: NCERT गणित, कक्षा 10, पुनर्मुद्रण 2026-27। अभ्यास 4.1, 4.2 और 4.3 के सभी प्रश्नों के हिंदी में क्रमवार हल।**

## इस नोटबुक में क्या मिलेगा?

- द्विघात समीकरण की पहचान
- गुणनखंड विधि
- द्विघात सूत्र
- विविक्तकर और मूलों की प्रकृति
- सभी व्यावहारिक प्रश्न
- महत्वपूर्ण पंक्तियाँ एवं पुनरावृत्ति

**मानक रूप:** $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

# महत्वपूर्ण सूत्र

## द्विघात समीकरण

$ax^2 + bx + c = 0$, जहाँ $a, b, c$ वास्तविक संख्याएँ तथा $a \neq 0$। **द्विघात सूत्र**

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

## विविक्तकर

$$\boxed{D = b^2 - 4ac}$$

- $D > 0$: दो भिन्न वास्तविक मूल।
- $D = 0$: दो समान वास्तविक मूल; $x = -b/2a$।
- $D < 0$: कोई वास्तविक मूल नहीं।

## शून्य गुणनफल नियम

यदि $(px + q)(rx + s) = 0$, तो $px + q = 0$ या $rx + s = 0$।

**समीकरण को पहचानने से पहले पूरी तरह सरल करके घातों के घटते क्रम में लिखें।**

# अभ्यास 4.1 - प्रश्न 1(i), (ii)

**(i)** $(x+1)^2 = 2(x-3)$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x - 6 \Rightarrow x^2 + 7 = 0$$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में है और $a = 1 \neq 0$।

**उत्तर: हाँ, यह द्विघात समीकरण है।**

**(ii)** $x^2 - 2x = (-2)(3-x)$

$$x^2 - 2x = -6 + 2x \Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0$$

**उत्तर: हाँ, यह द्विघात समीकरण है।**

**समीकरण में $x^2$ दिखाई देना ही पर्याप्त नहीं; सरलीकरण के बाद उसका गुणांक अशून्य रहना चाहिए।**

# अभ्यास 4.1 - प्रश्न 1(iii), (iv)

**(iii)** $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$

$$x^2 - x - 2 = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow -3x + 1 = 0$$

$x^2$ के पद कट गए; शेष समीकरण रैखिक है।

**उत्तर: नहीं, यह द्विघात समीकरण नहीं है।**

**(iv)** $(x-3)(2x+1) = x(x+5)$

$$2x^2 - 5x - 3 = x^2 + 5x$$

$$x^2 - 10x - 3 = 0$$

**उत्तर: हाँ, यह द्विघात समीकरण है।**

# अभ्यास 4.1 - प्रश्न 1(v), (vi)

**(v)** $(2x-1)(x-3)=(x+5)(x-1)$

$$2x^2-7x+3=x^2+4x-5$$

$$x^2-11x+8=0$$

**उत्तर: हाँ, यह द्विघात समीकरण है।**

**(vi)** $x^2+3x+1=(x-2)^2$

$$x^2+3x+1=x^2-4x+4 \Rightarrow 7x-3=0$$

$x^2$ के पद कट गए।

**उत्तर: नहीं, यह रैखिक समीकरण है।**

# अभ्यास 4.1 - प्रश्न 1(vii), (viii)

**(vii)** $(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 2x^3 - 2x$$

$$x^3 - 6x^2 - 14x - 8 = 0$$

उच्चतम घात 3 है।

**उत्तर: नहीं, यह घन समीकरण है।**

**(viii)** $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$

$$x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$2x^2 - 13x + 9 = 0$$

**उत्तर: हाँ, सरलीकरण के बाद यह द्विघात समीकरण है।**

# अभ्यास 4.1 - प्रश्न 2(i), (ii)

## (i) आयताकार भूखंड

चौड़ाई $x$ मीटर, लंबाई $2x + 1$ मीटर।

$$x(2x + 1) = 528 \Rightarrow 2x^2 + x - 528 = 0$$

**उत्तर: आवश्यक द्विघात समीकरण** $2x^2 + x - 528 = 0$।

## (ii) क्रमागत धन पूर्णांक

पहला पूर्णांक $x$, अगला $x + 1$।

$$x(x + 1) = 306 \Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$$

**उत्तर: आवश्यक द्विघात समीकरण** $x^2 + x - 306 = 0$।

**प्रश्न 4.1 में केवल स्थिति का द्विघात समीकरण बनाना है; मूल निकालना आवश्यक नहीं।**

# अभ्यास 4.1 - प्रश्न 2(iii), (iv)

## (iii) रोहन की आयु

रोहन की वर्तमान आयु $x$, माता की $x + 26$ वर्ष। तीन वर्ष बाद आयु $x + 3$ और $x + 29$ होगी।

$$(x + 3)(x + 29) = 360$$

$$x^2 + 32x + 87 - 360 = 0 \Rightarrow x^2 + 32x - 273 = 0$$

**उत्तर:** $x^2 + 32x - 273 = 0$।

## (iv) रेलगाड़ी की चाल

चाल $x$ किमी/घंटा।

$$\frac{480}{x - 8} - \frac{480}{x} = 3$$

$$3840 = 3x(x - 8) \Rightarrow x^2 - 8x - 1280 = 0$$

**उत्तर:** $x^2 - 8x - 1280 = 0$।

# अभ्यास 4.2 - प्रश्न 1(i), (ii)

**(i)** $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$$

$$(x-5)(x+2) = 0$$

**उत्तर: मूल** $x = 5$ **और** $x = -2$**।**

**(ii)** $2x^2 + x - 6 = 0$

$$2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$$

$$(x+2)(2x-3) = 0$$

**उत्तर: मूल** $x = -2$ **और** $x = \frac{3}{2}$**।**

**मध्य पद विभाजन में दो संख्याओं का योग** $b$ **और गुणनफल** $ac$ **होना चाहिए।**

# अभ्यास 4.2 - प्रश्न 1(iii), (iv)

**(iii)** $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$$\sqrt{2}x^2 + 2x + 5x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$(\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0$$

**उत्तर: मूल** $x = -\frac{5}{\sqrt{2}}$ **और** $x = -\sqrt{2}$**।**

**(iv)** $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

8 से गुणा:

$$16x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow (4x - 1)^2 = 0$$

**उत्तर: दोनों समान मूल** $x = \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$**।**

# अभ्यास 4.2 - प्रश्न 1(v) और प्रश्न 2

**(v)** $100x^2 - 20x + 1 = 0$

$$(10x-1)^2 = 0$$

**उत्तर: दोनों समान मूल $x = \frac{1}{10}, \frac{1}{10}$।**

## प्रश्न 2(i): कंचे

समीकरण $x^2 - 45x + 324 = 0$।

$$(x-9)(x-36) = 0$$

**उत्तर: जॉन और जीवन्ती के पास आरंभ में 9 और 36 कंचे थे; नामों का क्रम उलट भी सकता है।**

## प्रश्न 2(ii): खिलौने

$$x^2 - 55x + 750 = (x-25)(x-30) = 0$$

**उत्तर: 25 खिलौने, प्रति खिलौना ₹30; अथवा 30 खिलौने, प्रति खिलौना ₹25।**

# अभ्यास 4.2 - प्रश्न 3 और 4

## प्रश्न 3: योग 27, गुणनफल 182

एक संख्या $x$, दूसरी $27 - x$।

$$x(27 - x) = 182 \Rightarrow x^2 - 27x + 182 = 0$$

$$(x - 13)(x - 14) = 0$$

**उत्तर: संख्याएँ 13 और 14 हैं।**

## प्रश्न 4: क्रमागत धन पूर्णांक

पूर्णांक $x, x + 1$।

$$x^2 + (x + 1)^2 = 365$$

$$x^2 + x - 182 = 0 \Rightarrow (x - 13)(x + 14) = 0$$

धनात्मक मान $x = 13$।

**उत्तर: पूर्णांक 13 और 14 हैं।**

# अभ्यास 4.2 - प्रश्न 5

समकोण त्रिभुज का आधार $x$ सेमी और ऊँचाई $x-7$ सेमी। कर्ण 13 सेमी। पाइथागोरस प्रमेय से:

$$x^2 + (x-7)^2 = 13^2$$

$$2x^2 - 14x - 120 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$(x-12)(x+5) = 0$$

$x = 12$ या $-5$; लंबाई ऋणात्मक नहीं हो सकती।

$$\text{आधार} = 12, \qquad \text{ऊँचाई} = 12 - 7 = 5$$

**उत्तर: अन्य दो भुजाएँ 12 सेमी और 5 सेमी हैं।**

**व्यावहारिक प्रश्नों में ऋणात्मक मूल को कारण सहित अस्वीकार करें।**

# अभ्यास 4.2 - प्रश्न 6

मान लें एक दिन में $x$ मिट्टी के बर्तन बने। प्रत्येक का उत्पादन मूल्य $2x + 3$ रुपये है।

$$x(2x + 3) = 90$$

$$2x^2 + 3x - 90 = 0$$

$$2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$$

$$(2x + 15)(x - 6) = 0$$

$x = 6$ या $x = -15/2$। वस्तुओं की संख्या ऋणात्मक नहीं हो सकती, अतः $x = 6$। प्रति वस्तु मूल्य:

$$2(6) + 3 = 15$$

**उत्तर: 6 वस्तुएँ बनीं और प्रत्येक का उत्पादन मूल्य ₹15 था।**

# अभ्यास 4.3 - प्रश्न 1(i), (ii)

**(i)** $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$a = 2, b = -3, c = 5$।

$$D = (-3)^2 - 4(2)(5) = 9 - 40 = -31 < 0$$

**उत्तर: कोई वास्तविक मूल नहीं।**

**(ii)** $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

$$D = (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4) = 48 - 48 = 0$$

दो समान मूल:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

**उत्तर: दो समान वास्तविक मूल $\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}$।**

# अभ्यास 4.3 - प्रश्न 1(iii)

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$a = 2, b = -6, c = 3$।

$$D = (-6)^2 - 4(2)(3) = 36 - 24 = 12 > 0$$

अतः दो भिन्न वास्तविक मूल हैं।

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

**उत्तर: मूल $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ और $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$।**

**मूलों की प्रकृति पूछी हो तो पहले $D$ का चिन्ह लिखें, फिर वास्तविक मूल मौजूद होने पर ही उन्हें निकालें।**

# अभ्यास 4.3 - प्रश्न 2

**(i)** $2x^2 + kx + 3 = 0$

समान मूलों के लिए $D = 0$:

$$k^2 - 4(2)(3) = 0 \Rightarrow k^2 = 24$$

**उत्तर:** $k = \pm 2\sqrt{6}$।

**(ii)** $kx(x-2) + 6 = 0$

$$kx^2 - 2kx + 6 = 0$$

$$D = (-2k)^2 - 4(k)(6) = 4k(k-6) = 0$$

$k = 0$ या $6$। पर $k = 0$ रखने पर समीकरण द्विघात नहीं रहता।

**उत्तर:** $k = 6$।

**द्विघात समीकरण में $a \neq 0$ शर्त हमेशा जाँचें; इसीलिए यहाँ $k = 0$ स्वीकार्य नहीं है।**

# अभ्यास 4.3 - प्रश्न 3

आम के बाग की चौड़ाई $x$, लंबाई $2x$ मीटर।

$$x(2x) = 800 \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = \pm 20$$

माप धनात्मक होगा, अतः $x = 20$। लंबाई $2x = 40$।

**उत्तर: हाँ, संभव है। चौड़ाई 20 मीटर और लंबाई 40 मीटर।**

## प्रश्न 4: दो मित्रों की आयु

एक की आयु $x$, दूसरे की $20 - x$। चार वर्ष पहले:

$$(x - 4)(16 - x) = 48$$

$$x^2 - 20x + 112 = 0$$

$$D = 400 - 448 = -48 < 0$$

**उत्तर: स्थिति संभव नहीं है, क्योंकि कोई वास्तविक आयु प्राप्त नहीं होती।**

# अभ्यास 4.3 - प्रश्न 5

आयत की लंबाई $x$ और चौड़ाई $40 - x$ मीटर, क्योंकि परिमाप 80 है:

$$2(l + b) = 80 \Rightarrow l + b = 40$$

क्षेत्रफल:

$$x(40 - x) = 400$$

$$x^2 - 40x + 400 = 0$$

$$(x - 20)^2 = 0$$

दोनों समान मूल $x = 20$।

**उत्तर: हाँ, संभव है। लंबाई और चौड़ाई दोनों 20 मीटर हैं; आकृति वास्तव में वर्ग है।**

**समान मूल का ज्यामितीय अर्थ: दिए परिमाप में 400 वर्ग मीटर का क्षेत्रफल केवल वर्ग से मिलता है।**

# परीक्षा के लिए महत्वपूर्ण पंक्तियाँ

1. द्विघात समीकरण का मानक रूप $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ है।
2. द्विघात बहुपद के शून्यक और संबंधित समीकरण के मूल समान होते हैं।
3. मध्य पद विभाजन में संख्याओं का योग $b$ और गुणनफल $ac$ होना चाहिए।
4. $D = b^2 - 4ac$ मूलों की प्रकृति निर्धारित करता है।
5. $D < 0$ होने पर वास्तविक मूल नहीं होते।
6. व्यावहारिक प्रश्न में अमान्य ऋणात्मक मूल त्यागें।
7. उत्तर के अंत में मूलों को मूल समीकरण में रखकर सत्यापन करें।

**सबसे सामान्य गलती:** **$b$ का चिह्न गलत लेना। पहले $a, b, c$ स्पष्ट लिखें, फिर सूत्र लगाएँ।**

# त्वरित पुनरावृत्ति - अंतिम उत्तर

## अभ्यास 4.1

प्र.1: हाँ, हाँ, नहीं, हाँ, हाँ, नहीं, नहीं, हाँ। प्र.2: $2x^2 + x - 528 = 0$; $x^2 + x - 306 = 0$; $x^2 + 32x - 273 = 0$; $x^2 - 8x - 1280 = 0$। **अभ्यास 4.2**

प्र.1: $5, -2$; $-2, 3/2$; $-5/\sqrt{2}, -\sqrt{2}$; $1/4, 1/4$; $1/10, 1/10$। प्र.2: 9,36 कंचे; 25 या 30 खिलौने। प्र.3: 13,14। प्र.4: 13,14। प्र.5: 5,12 सेमी। प्र.6: 6 वस्तुएँ, ₹15। **अभ्यास 4.3**

प्र.1: कोई वास्तविक मूल नहीं; समान मूल $2\sqrt{3}/3$; $(3 \pm \sqrt{3})/2$। प्र.2: $k = \pm 2\sqrt{6}$; $k = 6$। प्र.3: 20m,40m। प्र.4: संभव नहीं। प्र.5: 20m,20m।

**अंतिम जाँच: मानक रूप बनाया? $a, b, c$ के चिन्ह सही? विविक्तकर सही? अमान्य मूल कारण सहित हटाया?**

अध्याय पूर्ण