अध्याय 14

प्रायिकता

सभी NCERT प्रश्नों के चरणबद्ध हल

NCERT गणित कक्षा 10, पुनर्मुद्रण 2026-27। प्रश्नावली 14.1 के सभी 25 प्रश्न।

मुख्य विषय

- सैद्धांतिक प्रायिकता
- पूरक घटना
- सिक्का और पासा
- ताश, गेंद और कंचे
- दो पासों का sample space
- महत्वपूर्ण परीक्षा-पंक्तियाँ

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल समान संभावित परिणाम}}$$

मुख्य नियम

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}, \qquad 0 \leq P(E) \leq 1$$

$$P(E) + P(\overline{E}) = 1, \qquad P(\overline{E}) = 1 - P(E)$$

- असंभव घटना की प्रायिकता 0।
- निश्चित घटना की प्रायिकता 1।
- सभी elementary events की प्रायिकताओं का योग 1।
- एक पासा: 6 परिणाम; दो पासे: $6 \times 6 = 36$ परिणाम।
- एक सिक्का: 2; दो सिक्के: 4; तीन सिक्के: 8 परिणाम।

सूत्र तभी सीधे लागू करें जब सभी परिणाम equally likely हों।

प्रश्न 1 — रिक्त स्थान

(i) $P(E) + P(\text{not } E) = \boxed{1}$।

(ii) जो घटना हो नहीं सकती उसकी प्रायिकता $\boxed{0}$; वह **असंभव घटना** है।

(iii) जो घटना निश्चित है उसकी प्रायिकता $\boxed{1}$; वह **निश्चित घटना** है।

(iv) सभी elementary events की प्रायिकताओं का योग $\boxed{1}$।

(v) किसी घटना की प्रायिकता $\boxed{0}$ से अधिक या बराबर तथा $\boxed{1}$ से कम या बराबर होती है।

$0 \le P(E) \le 1$ **सबसे पहले जाँचने वाला नियम है।**

प्रश्न 2 और 3

2. समान संभावित परिणाम

(i) कार का start होना/न होना चालक और कार की दशा पर निर्भर है—समान संभावित नहीं।

(ii) basketball लगना/चूकना खिलाड़ी की क्षमता पर निर्भर—समान संभावित नहीं।

(iii) true-false उत्तर में right/wrong को random चुना जाए तो समान संभावित।

(iv) सामान्य धारणा में बालक/बालिका को समान संभावित माना जाता है।

उत्तर: (iii) और (iv) में equally likely outcomes माने जाते हैं।

3. फुटबॉल में सिक्के का toss

निष्पक्ष सिक्के में Head और Tail की संभावना समान $1/2$ है; किसी टीम को लाभ नहीं मिलता।

उत्तर: इसीलिए toss निष्पक्ष निर्णय है।

प्रश्न 4 से 7

4. कौन-सा मान प्रायिकता नहीं हो सकता?

$-1.5 < 0$, अतः विकल्प (B)। **5.** $P(E) = 0.05$

$$P(\overline{E}) = 1 - 0.05 = 0.95$$

6. थैले में केवल lemon candies

Orange मिलना असंभव: 0; lemon मिलना निश्चित: 1। **7. अलग birthday की प्रायिकता** 0.992

$$P(\text{same}) = 1 - 0.992 = 0.008$$

उत्तर: 4: (B); 5: 0.95**; 6: (i)** 0**, (ii)** 1**; 7:** 0.008**।**

प्रश्न 8 और 9

8. 3 लाल और 5 काली गेंदें

कुल 8।

$$P(\text{red}) = \frac{3}{8}, \qquad P(\text{not red}) = \frac{5}{8}$$

9. 5 लाल, 8 सफेद, 4 हरे कंचे

कुल $= 17$।

$$P(R) = \frac{5}{17}, \qquad P(W) = \frac{8}{17}$$

हरे नहीं $= 5 + 8 = 13$:

$$P(\text{not green}) = \frac{13}{17}$$

उत्तर: 8: $3/8, 5/8$**; 9:** $5/17, 8/17, 13/17$।

“not green” में बाकी सभी रंग अनुकूल परिणाम हैं।

प्रश्न 10 और 11

10. गुल्लक के सिक्के

कुल सिक्के $= 100 + 50 + 20 + 10 = 180$।

$$P(50p) = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

₹5 के नहीं $= 180 - 10 = 170$:

$$P(\text{not ₹5}) = \frac{170}{180} = \frac{17}{18}$$

11. 5 नर और 8 मादा मछलियाँ

कुल 13 मछलियाँ:

$$P(\text{male}) = \frac{5}{13}$$

उत्तर: 10: $5/9, 17/18$**; 11:** $5/13$।

प्रश्न 12 — घूमता तीर

समान संभावित संख्याएँ $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$; कुल 8।

(i) केवल 8: $P = 1/8$।

(ii) विषम $\{1, 3, 5, 7\}$: $P = 4/8 = 1/2$।

(iii) 2 से बड़ी $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$: $P = 6/8 = 3/4$।

(iv) 9 से छोटी सभी 8 संख्याएँ: $P = 8/8 = 1$।

उत्तर: $1/8, 1/2, 3/4, 1$।

प्रश्न 13 — एक पासा

Sample space $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, अतः $n(S) = 6$। **(i) अभाज्य संख्या** $\{2, 3, 5\}$, इसलिए $P = 3/6 = 1/2$। **(ii) 2 और 6 के बीच** $\{3, 4, 5\}$, इसलिए $P = 3/6 = 1/2$। **(iii) विषम संख्या** $\{1, 3, 5\}$, इसलिए $P = 3/6 = 1/2$।

उत्तर: तीनों की प्रायिकता $1/2$।

“between 2 and 6” में 2 और 6 शामिल नहीं हैं।

प्रश्न 14 — 52 ताश के पत्ते

4 suits; 26 लाल, 26 काले; 12 face cards; 13 spades।

(i) लाल king $= 2$: $P = 2/52 = 1/26$।

(ii) face card $= 12$: $P = 12/52 = 3/13$।

(iii) लाल face card $= 6$: $P = 6/52 = 3/26$।

(iv) jack of hearts $= 1$: $P = 1/52$।

(v) spade $= 13$: $P = 13/52 = 1/4$।

(vi) queen of diamonds $= 1$: $P = 1/52$।

उत्तर: $1/26, 3/13, 3/26, 1/52, 1/4, 1/52$।

Face cards केवल Jack, Queen और King हैं; Ace face card नहीं है।

प्रश्न 15 और 16

15. diamond के 10, J, Q, K, A

कुल 5 पत्ते।

$$(i)\ P(Q) = \frac{1}{5}$$

Queen निकालकर अलग रखने पर 4 पत्ते बचते हैं:

$$(ii)(a)\ P(A) = \frac{1}{4}, \qquad (b)\ P(Q) = 0$$

16. 12 खराब और 132 अच्छे pen

कुल 144 pen:

$$P(\text{good}) = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$$

उत्तर: 15: $1/5, 1/4, 0$**; 16:** $11/12$**।**

Without replacement में दूसरी बार कुल परिणाम और वस्तुओं की संख्या बदलती है।

प्रश्न 17 और 18

17. 20 bulbs में 4 खराब

$$(i)\ P(\text{defective}) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

पहला अच्छा bulb निकला और वापस नहीं रखा। अब 19 में 15 अच्छे:

$$(ii)\ P(\text{good}) = \frac{15}{19}$$

18. 1 से 90 numbered discs

दो-अंकीय 10 से 90: 81 संख्याएँ, $P = 81/90 = 9/10$।

पूर्ण वर्ग $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$: 9, $P = 1/10$।

5 से विभाज्य: 18, $P = 18/90 = 1/5$।

उत्तर: 17: $1/5, 15/19$**; 18:** $9/10, 1/10, 1/5$।

प्रश्न 19 और 20

19. अक्षर वाला पासा: A, B, C, D, E, A

A दो फलकों पर और D एक फलक पर है।

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \qquad P(D) = \frac{1}{6}$$

20. $3m \times 2m$ आयत में व्यास 1m का वृत्त

आयत का क्षेत्रफल $= 6$ m^2; वृत्त की त्रिज्या $= 0.5$ m।

$$P = \frac{\pi(0.5)^2}{3 \times 2} = \frac{\pi/4}{6} = \frac{\pi}{24}$$

उत्तर: 19: $1/3, 1/6$**; 20:** $\pi/24 \approx 0.131$**।**

ज्यामितीय प्रायिकता $=$ अनुकूल क्षेत्रफल / कुल क्षेत्रफल।

प्रश्न 21

144 ball pens में 20 खराब हैं। अच्छे pen:

$$144 - 20 = 124$$

(i) नूरी pen खरीदेगी

$$P(\text{good}) = \frac{124}{144} = \frac{31}{36}$$

(ii) नूरी pen नहीं खरीदेगी

$$P(\text{defective}) = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

जाँच:

$$\frac{31}{36} + \frac{5}{36} = 1$$

उत्तर: खरीदेगी $31/36$; नहीं खरीदेगी $5/36$।

प्रश्न 22 — दो पासों का योग

कुल ordered pairs $= 36$। योग 2 से 12 के लिए अनुकूल परिणाम क्रमशः

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

अतः प्रायिकताएँ:

$$\frac{1}{36}, \frac{2}{36}, \frac{3}{36}, \frac{4}{36}, \frac{5}{36}, \frac{6}{36}, \frac{5}{36}, \frac{4}{36}, \frac{3}{36}, \frac{2}{36}, \frac{1}{36}$$

विद्यार्थी का $1/11$ वाला तर्क गलत है, क्योंकि 11 अलग योग समान संभावित नहीं हैं; योग 7 के 6 तरीके, पर योग 2 का केवल 1 तरीका है।

उत्तर: तालिका ऊपर; सभी sums की प्रायिकता $1/11$ नहीं है।

दो पासों में परिणाम $(1, 4)$ और $(4, 1)$ अलग माने जाते हैं।

प्रश्न 23 और 24

23. सिक्का तीन बार

कुल $2^3 = 8$ परिणाम। Hanif केवल HHH या TTT पर जीतता है। हार के परिणाम $= 8 - 2 = 6$।

$$P(\text{lose}) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

24. पासा दो बार

कुल 36 ordered outcomes।

(i) दोनों बार 5 न आए: हर बार 5 विकल्प, अतः

$$P = \frac{5 \times 5}{36} = \frac{25}{36}$$

(ii) कम-से-कम एक बार 5:

$$P = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

उत्तर: 23: $3/4$**; 24:** $25/36, 11/36$**।**

प्रश्न 25 — तर्क की जाँच

(i) दो सिक्के

Sample space $\{HH, HT, TH, TT\}$। दो Head और दो Tail की प्रायिकता $1/4$- $1/4$ है, जबकि "एक-एक" के दो परिणाम HT, TH हैं, इसलिए इसकी प्रायिकता $2/4 = 1/2$।

उत्तर: तर्क गलत; तीन वर्णन समान संभावित नहीं हैं।

(ii) एक पासा

विषम $\{1, 3, 5\}$ और सम $\{2, 4, 6\}$; दोनों के 3-3 अनुकूल परिणाम।

$$P(\text{odd}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

उत्तर: तर्क और उत्तर सही हैं।

केवल events की संख्या गिनना पर्याप्त नहीं; हर event के elementary outcomes गिनें।

परीक्षा की महत्वपूर्ण पंक्तियाँ

1. Sample space लिखने से अनुकूल परिणाम छूटते नहीं हैं।
2. “कम-से-कम एक” में complement विधि अक्सर सबसे आसान है।
3. “not E” के लिए $1 - P(E)$ का उपयोग करें।
4. ताश में कुल 52, लाल 26, काले 26, face cards 12 होते हैं।
5. दो पासों में कुल 36 और तीन सिक्कों में कुल 8 परिणाम होते हैं।
6. Without replacement में अगली draw का denominator घटता है।
7. अंतिम भिन्न को सरल रूप में लिखें।

हर उत्तर का सही क्रम: कुल परिणाम $\rightarrow$ अनुकूल परिणाम $\rightarrow$ अनुपात $\rightarrow$ सरल भिन्न।

एक-पृष्ठ त्वरित पुनरावृत्ति

मूल सूत्र	$P(E) = n(E)/n(S)$
पूरक घटना	$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$
सीमा	$0 \leq P(E) \leq 1$
निश्चित / असंभव	1 / 0
दो सिक्के / तीन सिक्के	4 / 8 परिणाम
एक पासा / दो पासे	6 / 36 परिणाम

“At least one” $= 1-$ “none”; “not” $=$ complement; “between” में endpoints सामान्यतः शामिल नहीं होते।

सही counting ही सही probability है।