अध्याय 5

अंकगणितीय प्रगति

सभी NCERT प्रश्नों के पूर्ण हल

NCERT गणित कक्षा 10, पुनर्मुद्रण 2026-27। अभ्यास 5.1, 5.2, 5.3 और वैकल्पिक अभ्यास 5.4 के सभी प्रश्न।

मुख्य विषय

- AP की पहचान और सार्व अंतर
- nवाँ पद
- प्रथम n पदों का योग
- अंतिम पद से पद ज्ञात करना
- सभी व्यावहारिक प्रश्न
- परीक्षा की महत्वपूर्ण पंक्तियाँ

सामान्य रूप: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots$

महत्वपूर्ण सूत्र

सार्व अंतर

$$\boxed{d = a_{k+1} - a_k}$$

nवाँ पद

$$\boxed{a_n = a + (n-1)d}$$

अंतिम पद l हो तो $l = a + (n-1)d$। **प्रथम n पदों का योग**

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]}$$

पहला और अंतिम पद ज्ञात होने पर:

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a + l)}$$

योग से पद

$$\boxed{a_n = S_n - S_{n-1}}$$

> **d निकालते समय बाद वाले पद में से ठीक पहले वाला पद घटाएँ; क्रम उल्टा न करें।**

अभ्यास 5.1 - प्रश्न 1

(i) टैक्सी किराया: $15, 23, 31, 39, \ldots$; अंतर ₹8 स्थिर। अतः AP है।

(ii) सिलेंडर की हवा: $V, \frac{3}{4}V, \frac{9}{16}V, \ldots$; अंतर स्थिर नहीं। AP नहीं।

(iii) कुआँ खोदने की लागत: $150, 200, 250, 300, \ldots$; $d = 50$। AP है।

(iv) चक्रवृद्धि ब्याज: $10000, 10800, 11664, \ldots$; अंतर बदलता है। AP नहीं।

प्रश्न 2: प्रथम चार पद

$(i)\ 10, 20, 30, 40$

$(ii)\ -2, -2, -2, -2$

$(iii)\ 4, 1, -2, -5$

$(iv)\ -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

$(v)\ -1.25, -1.50, -1.75, -2.00$

अभ्यास 5.1 - प्रश्न 3 और 4

प्रश्न 3

$(i)\ a=3, d=-2$; $(ii)\ a=-5, d=4$; $(iii)\ a=\frac{1}{3}, d=\frac{4}{3}$; $(iv)\ a=0.6, d=1.1$। **प्रश्न 4: AP होने पर अगले तीन पद**

(i) AP नहीं।

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots$; $d=\frac{1}{2}$; अगले $4, \frac{9}{2}, 5$।

(iii) $d=-2$; अगले $-9.2, -11.2, -13.2$।

(iv) $d=4$; अगले $6, 10, 14$।

(v) $d=\sqrt{2}$; अगले $3+4\sqrt{2}, 3+5\sqrt{2}, 3+6\sqrt{2}$।

(vi) AP नहीं।

(vii) $d=-4$; अगले $-16, -20, -24$।

(viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \ldots$; $d=0$; अगले समान।

(ix) AP नहीं।

(x) $d=a$; अगले $5a, 6a, 7a$।

(xi) सामान्यतः AP नहीं।

(xii) $2, 8, 18, 32$ AP नहीं।

(xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}$ AP नहीं।

(xiv) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2$ AP नहीं।

(xv) $1^2, 5^2, 7^2, 7^3$ AP नहीं।

अभ्यास 5.2 - प्रश्न 1 और 2

प्रश्न 1: तालिका

भाग	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	28
(ii)	-18	2	10	0
(iii)	46	-3	18	-5
(iv)	-18.9	2.5	10	3.6
(v)	3.5	0	105	3.5

उदाहरण: (iii) में $-5 = a + 17(-3) \Rightarrow a = 46$। **प्रश्न 2**

(i) $a_{30} = 10 + 29(-3) = -77$; विकल्प C।

(ii) $a = -3, d = \frac{5}{2}$; $a_{11} = -3 + 10(\frac{5}{2}) = 22$; विकल्प B।

बहुविकल्पीय प्रश्न में सही विकल्प के साथ गणना भी लिखें।

अभ्यास 5.2 - प्रश्न 3

समान दूरी पर पद होने के कारण सार्व अंतर निकालें।

$$\begin{aligned} &(i) && 2, \boxed{14}, 26 \\ &(ii) && \boxed{18}, 13, \boxed{8}, 3 \\ &(iii) && 5, \boxed{6.5}, \boxed{8}, 9.5 \\ &(iv) && -4, \boxed{-2}, \boxed{0}, \boxed{2}, \boxed{4}, 6 \\ &(v) && \boxed{53}, 38, \boxed{23}, \boxed{8}, \boxed{-7}, -22 \end{aligned}$$

प्रश्न 4

$78 = 3 + (n-1)5 \Rightarrow n = 16$।

उत्तर: 78 इस AP का 16वाँ पद है।

प्रश्न 5

(i) $205 = 7 + (n-1)6 \Rightarrow n = 34$।

(ii) $-47 = 18 + (n-1)(-2.5) \Rightarrow n = 27$।

अभ्यास 5.2 - प्रश्न 6 से 10

6. क्या -150 एक पद है?

$-150 = 11 + (n-1)(-3) \Rightarrow n = 1 + 161/3$, पूर्णांक नहीं। अतः नहीं। **7. 31वाँ पद**

$a + 10d = 38,\ a + 15d = 73 \Rightarrow d = 7, a = -32$; $a_{31} = 178$। **8. 29वाँ पद**

$a + 2d = 12,\ a + 49d = 106 \Rightarrow d = 2, a = 8$; $a_{29} = 64$। **9. शून्य पद**

$a + 2d = 4, a + 8d = -8 \Rightarrow d = -2, a = 8$; $0 = 8 + (n-1)(-2) \Rightarrow n = 5$। **10. सार्व अंतर**

$a_{17} - a_{10} = 7d = 7 \Rightarrow d = 1$।

अभ्यास 5.2 - प्रश्न 11 से 16

11. $a_{54} = 639$; आवश्यक पद 771। $3 + 12(n-1) = 771 \Rightarrow n = 65$।

12. समान d के कारण किसी भी समान क्रमांक के पदों का अंतर प्रथम पदों का अंतर है; उत्तर 100।

13. तीन अंकों के 7 से विभाज्य: 105 से 994; $n = 128$।

14. 10 और 250 के बीच 4 के गुणज: 12 से 248; $n = 60$।

15. $63 + 2(n-1) = 3 + 7(n-1) \Rightarrow n = 13$।

16. $a + 2d = 16$ और $a_7 - a_5 = 2d = 12$; $d = 6, a = 4$। AP: $4, 10, 16, 22, \ldots$।

अभ्यास 5.2 - प्रश्न 17 से 20

17. अंतिम से 20वाँ पद

कुल पद 51; आवश्यक आरंभ से $51 - 20 + 1 = 32$वाँ। $a_{32} = 158$। **18. प्रथम तीन पद**

$a_4 + a_8 = 2a + 10d = 24$; $a_6 + a_{10} = 2a + 14d = 44$। अतः $d = 5, a = -13$।

उत्तर: $-13, -8, -3$।

19. वेतन ₹7000

$5000 + (n - 1)200 = 7000 \Rightarrow n = 11$। 1995 पहला वर्ष, अतः 11वाँ वर्ष 2005। **20. रामकली की बचत**

$20.75 = 5 + (n - 1)1.75 \Rightarrow n = 10$।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 1 और 2

प्रश्न 1: योग

$$(i)\ S_{10} = 245 \qquad (ii)\ S_{12} = -180$$
$$(iii)\ S_{100} = 5505 \qquad (iv)\ S_{11} = \frac{33}{20}$$

उदाहरण (i): $S_{10} = \frac{10}{2}[2(2) + 9(5)] = 245$। **प्रश्न 2**

(i) $a = 7, d = 3.5, l = 84, n = 23$; $S = 1046.5$।

(ii) $34 + 32 + \cdots + 10$; $n = 13, S = 286$।

(iii) $-5, -8, \ldots, -230$; $n = 76, S = -8930$।

अंतिम पद दिया हो तो पहले $l = a + (n-1)d$ से n निकालें।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 3(i) से (v)

(i) $50 = 5 + (n-1)3 \Rightarrow n = 16$; $S_n = 440$।

(ii) $35 = 7 + 12d \Rightarrow d = 7/3$; $S_{13} = 273$।

(iii) $37 = a + 11(3) \Rightarrow a = 4$; $S_{12} = 246$।

(iv) $a + 2d = 15$ और $S_{10} = 125 \Rightarrow 2a + 9d = 25$; $d = -1, a = 17, a_{10} = 8$।

(v) $S_9 = 75, d = 5 \Rightarrow a = -35/3$; $a_9 = 85/3$।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 3(vi) से (x)

(vi) $90 = \frac{n}{2}[4 + 8(n-1)] \Rightarrow n = 5;\ a_n = 34$।

(vii) $210 = \frac{n}{2}(8 + 62) = 35n \Rightarrow n = 6;\ d = 54/5$।

(viii) $a_n = 4, d = 2, S_n = -14 \Rightarrow n = 7, a = -8$।

(ix) $192 = \frac{8}{2}[6 + 7d] \Rightarrow d = 6$।

(x) $144 = \frac{9}{2}(a + 28) \Rightarrow a = 4$।

n हमेशा धन पूर्णांक होगा; द्विघात समीकरण से मिला ऋणात्मक मान अस्वीकार करें।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 4 से 9

4. $636 = \frac{n}{2}[18 + 8(n-1)] \Rightarrow n = 12$।

5. $n = 2S/(a+l) = 16$; $d = (45-5)/15 = 8/3$।

6. $350 = 17 + (n-1)9 \Rightarrow n = 38$; $S = 6973$।

7. $a_{22} = 149, d = 7 \Rightarrow a = 2$; $S_{22} = 1661$।

8. $a_2 = 14, a_3 = 18 \Rightarrow d = 4, a = 10$; $S_{51} = 5610$।

9. $S_7 = 49, S_{17} = 289 \Rightarrow a = 1, d = 2$; $S_n = n^2$।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 10 और 11

10. दिए सामान्य पद

(i) $a_n = 3 + 4n$: $a_1 = 7, d = 4$; $S_{15} = 525$।

(ii) $a_n = 9 - 5n$: $a_1 = 4, d = -5$; $S_{15} = -465$। दोनों में $a_{n+1} - a_n$ स्थिर है, इसलिए AP हैं। **11.** $S_n = 4n - n^2$

$$S_1 = 3, \qquad S_2 = 4$$

$$a_2 = S_2 - S_1 = 1$$

$$a_3 = S_3 - S_2 = -1, \qquad a_{10} = S_{10} - S_9 = -15$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 5 - 2n$$

उत्तर: प्रथम पद 3, द्वितीय 1, तृतीय -1, दसवाँ -15, सामान्य पद $5 - 2n$।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 12 से 16

12. प्रथम 40 धनात्मक 6 के गुणज: $6(1+\cdots+40)=4920$।

13. प्रथम 15 गुणज 8: $8(1+\cdots+15)=960$।

14. 0 और 50 के बीच विषम संख्याएँ 1 से 49; योग $25^2=625$।

15. 30 दिन की पेनल्टी: $a=200, d=50, n=30$; $S=27750$ रुपये।

16. सात पुरस्कार, कुल ₹700, $d=-20$; पहला ₹160। पुरस्कार: ₹160, ₹140, ₹120, ₹100, ₹80, ₹60, ₹40।

अभ्यास 5.3 - प्रश्न 17 से 20

17. वृक्षारोपण

तीन sections: $3(1+2+\cdots+12)=3(78)=234$ वृक्ष। **18. सर्पिल**

13 अर्धवृत्तों की त्रिज्याओं का योग $0.5+1+\cdots+6.5=45.5$। लंबाई $\pi(45.5)=143$ सेमी। **19. लकड़ियों का ढेर**

$200=\frac{n}{2}[40-(n-1)]\Rightarrow n=16$; ऊपर की पंक्ति $20-15=5$ लकड़ियाँ। **20. आलू दौड़**

एकतरफा दूरियाँ $5, 8, 11, \ldots, 32$; योग 185 मीटर। आने-जाने की कुल दूरी $2(185)=370$ मीटर।

उत्तर: क्रमशः 234 वृक्ष, 143 सेमी, 16 पंक्तियाँ/5 लकड़ियाँ, 370 मीटर।

वैकल्पिक अभ्यास 5.4

1. $a_n = 121 - 4(n-1) = 125 - 4n < 0$; पहला ऋणात्मक पद 32वाँ।

2. $a_3 + a_7 = 6$ और गुणनफल 8 से $d = \pm 1/2$; $S_{16} = 76$ या 20।

3. रँगों की संख्या $250/25 + 1 = 11$; कुल लकड़ी $\frac{11}{2}(45+25) = 385$ सेमी।

4. $S_{x-1} = S_{49} - S_x \Rightarrow x^2 = 1225$; $x = 35$।

5. 15 steps के आयतन AP का योग $750\,m^3$।

अभ्यास 5.4 परीक्षा की दृष्टि से वैकल्पिक है, फिर भी पूर्णता के लिए हल शामिल किया गया है।

परीक्षा के लिए महत्वपूर्ण पंक्तियाँ

1. AP में लगातार पदों का अंतर समान होता है।
2. d धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है।
3. $a_n = a + (n-1)d$ में $n-1$ लिखना न भूलें।
4. अंतिम से rवाँ पद = आरंभ से $(n-r+1)$वाँ पद।
5. योग में n पदों की संख्या है, अंतिम पद का मान नहीं।
6. व्यावहारिक प्रश्न में इकाई सहित उत्तर दें।
7. n का केवल धन पूर्णांक मान स्वीकारें।

सवाल पढ़ते ही पहले a, d, n, l, S_n में उपलब्ध मान अलग लिखें; फिर उचित सूत्र चुनें।

त्वरित पुनरावृत्ति

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{n}{2}(a + l)$$

मुख्य अंतिम उत्तर

अभ्यास 5.2: Q4 = 16वाँ; Q5 = 34,27 पद; Q7 = 178; Q8 = 64; Q9 = 5वाँ; Q13 = 128; Q14 = 60; Q15 = 13; Q17 = 158; Q19 = 2005; Q20 = 10वाँ सप्ताह।

अभ्यास 5.3: Q1 = $245, -180, 5505, 33/20$; Q4 = 12; Q5 = $n16, d8/3$; Q6 = $n38, S6973$; Q7 = 1661; Q8 = 5610; Q9 = n^2; Q12 = 4920; Q13 = 960; Q14 = 625; Q15 = ₹27750; Q17 = 234; Q18 = 143 सेमी; Q19 = 16/5; Q20 = 370 मीटर।

अंतिम जाँच: सार्व अंतर का चिन्ह सही? $n-1$ सही? योग में कोष्ठक पूरा? इकाई लिखी?

अध्याय पूर्ण