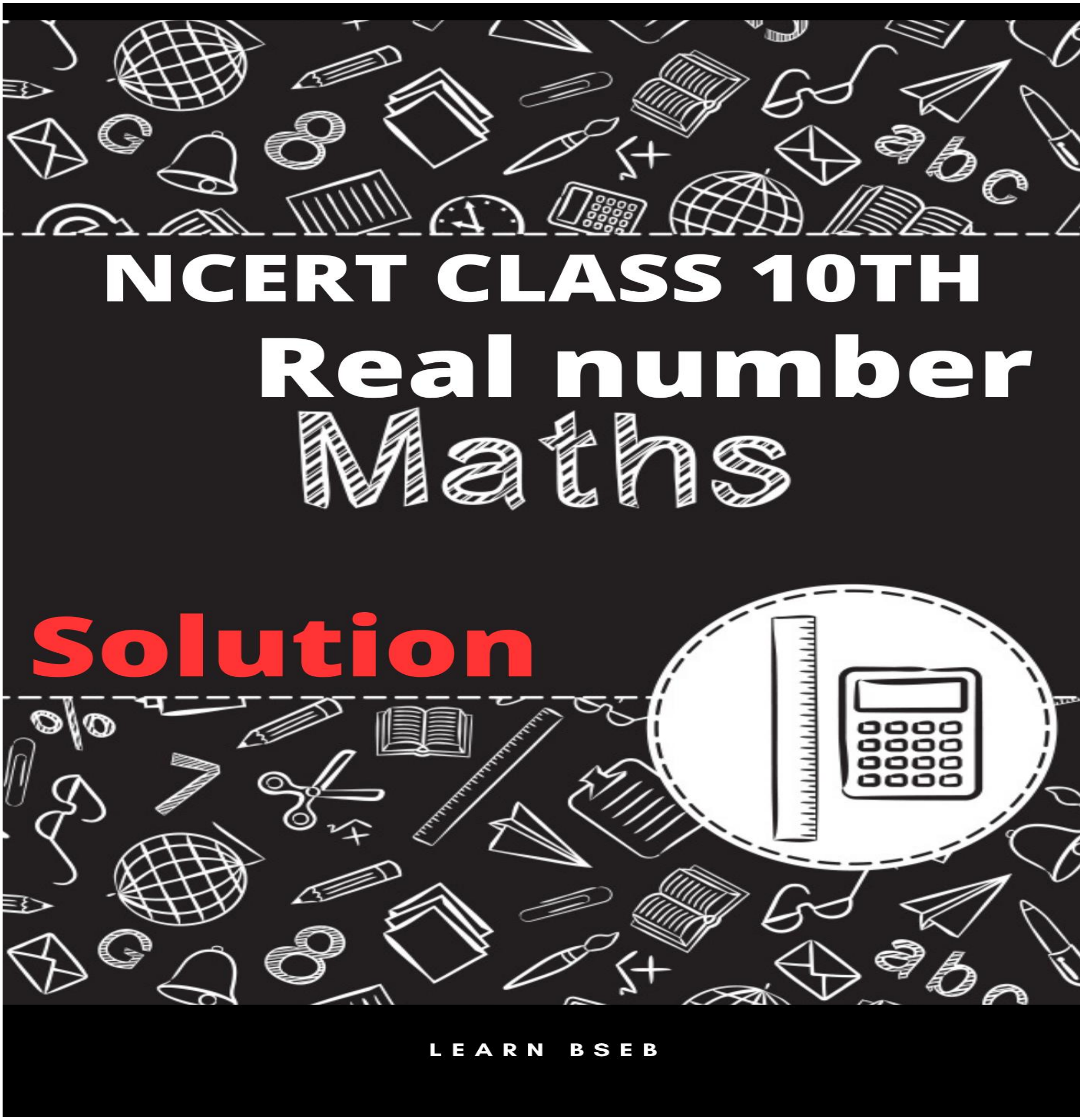
NCERT CLASS 10TH
Real number
Maths
Solution
LEARN BSEB

आप अगर class 10th में है तो NCERT book पढ़ते ही होंगे तो उसमे बहोत से Question ऐसे भी होंगे जो आपको समझ में नहीं आ रहा होगा । इस प्रॉब्लम का solution है मेरे पास , इसके लिए लेकर आए है learnbseb.in website जिस पर अभी अभी class 10th math का real number solution provided कराया गया है आप सभी के समस्या को ध्यान में रखते हुए real number chapter के questions with solutions के साथ बनाया गया है जिसमे हर chapter जैसे exercise 1.1 class 10, maths

exercise 1.2 class 10 maths

exercise 1.3class 10 maths

exercise 1.4class 10 maths

की तरह सजाया गया जिससे question का answer ढूंढने में परेशानी न हो exercise 1.1 में euclid's division lemma और euclid's division algorithm जो बच्चों को जल्दी समझ नही आता उसे भी आसान भाषा में समझाया गया है exercise 1.2 class 10th अभाज्य गुणनखंड विधि से LCM और HCF निकालना सिखाया गया है exercise 1.3class 10 में अपरिमेय संख्या कैसे सिद्ध करें सिखाया गया है exercise 1.4class में दशमलव प्रसार सांत और असांत के बारे में बताया गया है

वास्तविक संख्या

वास्तविक संख्या (real number) - परिमेय संख्या और अपरिमेय संख्या के सम्मिलित संख्या परिवार को वास्तविक संख्या कहते हैं जिसका हर एक संख्या को संख्या रेखा पर निरूपित किया जा सके

परिमेय संख्या(rational number)- ऐसी संख्या जिसे p/q के रूप में लिखा जा सके परिमेय संख्या कहते है जहाँ q शून्य नहीं होगा

जैसे-2/4 2/7 3/4

अपरिमेय संख्या(irrational number)-ऐसी संख्या जिसे p/q के रूप में नही लिखा जा सके अपरिमेय संख्या कहते है जैसे - 0.91991999199991...... √6 ,√7 ,√3, √11

01.01001000100001.....

प्रमेय 1.1(यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका): दो धनात्मक पूर्णांक संख्या a और b , a को b से भाग देने पर अद्वितीय पूर्ण संख्या q और r प्राप्त होता है जो इस प्रकार है $a = bq + r$ जहां $0 \le r < b$

है

प्रश्नावली 1.1

प्र - 1.यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हुए महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) ज्ञात करें

i)135 और 225 ii)196 और 38220. iii) 867 और 255

(i) 135 और 225

हल :

225 > 135 (बड़ी संख्या को a=225 तथा छोटी संख्या को b=135)

यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से

$a = bq + r$

$225 = 135 \times 1 + 90$ ($r \neq 0$) **(यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग तब तक करते रहेंगे जब तक r =0 ना हो जाए)**

$135 = 90 \times 1 + 45$ ($r \neq 0$)

$90 = 45 \times 2 + 0$

b =45

HCF=45

(ii) 196 और 38220

हल :

38220 > 196 (बड़ी संख्या को a=38220 तथा छोटी संख्या को b=196)

a = bq +r

38220 = 196 × 195 + 0 **(यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग तब तक करते रहेंगे जब तक r =0 ना हो जाए)**

HCF=196

iii) 867 और 255

हल :

867 > 255 (बड़ी संख्या को a=867 तथा छोटी संख्या को b=225)

a = bq +r

867 = 255 × 3 + 102 **(यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग तब तक करते रहेंगे जब तक r =0 ना हो जाए)**

255 = 102 × 2 + 51 (r≠ 0)

102 = 51 × 2 + 0 (r = 0)

HCF=51

प्र 2. दिखाए की भी धनात्मक विषम पूर्णांक 6q + 1 या 6q + 3 या 6q + 5 के रूप का होता है, जहां q कोई पूर्णांक है।

हल

मान लिया कि a एक विषम धन पूर्णांक है जो 6 से बडा है

$b = 6$

तब, यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से

$a = bq + r$

$a = 6q + r \quad \because b = 6$

जहाँ, $r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$a = 6q + 0$, $a = 6q + 1$, $a = 6q + 2$, $a = 6q + 3$,। $a = 6q + 4$, $a = 6q + 5$

अतः $a = 2(3q + 0)$, $a = 2(3q) + 1$, $a = 2(3q + 1)$

$a = 2(3q + 1) + 1$, $a = 2(3q + 2)$,$a = 2(3q + 2) + 1$

अत: $a = 6q + 0$, $6q + 2$ और $6q + 4$ इस रूप की संख्या 2 से विभाज्य हैं।

तथा, $a = 6q + 1$ या $6q + 3$ या $6q + 5$ इस रूप की संख्या 2 से विभाज्य नही हैं।

अत: धनात्मक विषम पूर्णांक $6q + 1$ या $6q + 3$ या $6q + 5$ के रूप में होगा।

प्र 3. किसी परेड में 616 सदस्यों वाली एक सेना (आर्मी) की टुकड़ी को 32 सदस्यों वाले एक आर्मी बैंड के पीछे मार्च करना है। दोनों समूहों को समान संख्या वाले में मार्च करना है। उन स्तंभों की अधिकतम संख्या क्या है ,जिसमें मार्च सकते हैं?

हल

स्तंभों की अधिकतम संख्या = HCF(616 32)

616 और 32 यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से HCF निकाले

$616 = 32 \times 19 + 8 \because$ शेषफल $8 \; r \neq 0$

$32 = 8 \times 4 + 0 \because$ शेषफल $r = 0$

शेषफल 0 है और भाजक 8 है

H.C.F = 8

अतः सेना 8 स्तंभों में मार्च कर सकती है।

प्र. 4 यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि किसी धनात्मक पूर्णांक का वर्ग , किसी पूर्णांक m के लिए 3m या 3 m+1 के रूप का होता है

हल

$a^2 = 3m$ or $3m+1$

$a = bq + r$

माना कि a कोई धनात्मक पूर्णांक है जहाँ $b = 3$ और $r = 0, 1, 2$ क्योंकि $0 \leq r < 3$

तब $a = 3q + r$ कुछ पूर्णांक के लिए q

≥ 0 इसिलए, $a = 3q + 0$ or $3q + 1$ or $3q +$

2 अब हम पाते है

$a^2 = (3q + 0)^2$ or $(3q + 1)^2$ or $(3q + 2)^2$

$a^2 = 9q^2$, or $9q^2 + 6q + 1$, or $9q^2 + 12q + 4$

$a^2 = 9q^2$or $9q^2 + 6q + 1$ or $9q^2 + 12q + 3 + 1$

$a^2 = 3(3q^2)$, or $3(3q^2 + 2q) + 1$,or $3(3q^2 + 4q + 1) + 1$

यदि $m = (3q^2)$ or $(3q^2 + 2q)$ or $(3q^2 + 4q +$

1) हो तो हम पाते है कि ;

$a^2 = 3m$ or $3m + 1$ or $3m + 1$

प्र. 5 .यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि किसी धनात्मक पूर्णांक का घन 9m , 9m+1 य 9m+8 के रूप का होता है

हल :

माना , a कोई धनात्मक पूर्णांक है :

यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका के प्रयोग से;

$a = bq + r$ जहाँ; $0 \leq r < b$

$b = 9$ रखने पर

$a = 9q + r$ जहा $0 \leq r < 9$

जब $r = 0$ हो;

$a = 9q + 0 = 9q$

$a^3 = (9q)^3 = 9(81q^3)$ या $9m$ जहाँ $m = 81q^3$

जब $r = 1$ हो;

$a = 9q + 1$

$a^3 = (9q + 1)^3 = 9(81q^3 + 27q^2 + 3q) + 1$

$= 9m + 1$ जहाँ $m = 81q^3 + 27q^2 + 3q$

जब r = 2 हो तो

$a = 9q + 2$

$a^3 = (9q + 2)^3 = 9(81q^3 + 54q^2 + 12q) + 8$

$= 9m + 2$ जहाँ $m = 81q^3 + 54q^2 + 12q$

अतः किसी धनात्मक पूर्णांक का घन 9m, 9m + 1 या 9m + 8 के रूप का होता है |

प्रश्नावली 1. 2

प्र 1 . निम्नलिखित संख्याओं का अभाज्य गुणनखंड के रूप में व्यक्त कीजिये

(i) 140

हल

7	140
5	20
2	4
2	2
	1

Prime Factorisation of :
$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$

140 का अभाज्य गुणनखंड

$= 2^2 \times 5 \times 7$

(ii) 156

हल :

13	156
3	12
2	4
2	2
	1

Prime Factorisation of :
$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$

156 का अभाज्य गुणनखंड

$= 2^2 \times 3 \times 13$

(iii) 3825

हल :

17	3825
5	225
5	45
3	9
3	3
	1

Prime Factorisation of :
$3825 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17$

3825 का अभाज्य गुणनखंड

$= 3^2 \times 5^2 \times 17$

(iv) 5005

13	5005
11	385
7	35
5	5
	1

Prime Factorisation of :
5005 = 5 × 7 × 11 × 13

5005 का अभाज्य गुणनखंड $= 5 \times 7 \times 11 \times 13$

(v) 7429

23	7429
19	323
17	17
	1

Prime Factorisation of :
7429 = 17 × 19 × 23

7429 का अभाज्य गुणनखंड

=17 x 19 x 23

प्र 2 . पूर्णांक के निम्नलिखित युग्मों के LCM और HCF ज्ञात कीजिए तथा इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल = LCM x HCF है

(i) 26 and 91

हल :

26 = 2 x 13

91 = 7 x 13

दोनों गुणनखंड में उभयनिष्ठ गुणनखंड = 13 है

∴ HCF = 13

LCM = 2 × 7 × 13 = 182

अब, जांच

दो संख्याओं का गुणनफल = LCM × HCF

$N_1 \times N_2 = LCM \times HCF$

26 × 91 = 13 × 182

$2366 = 2366$

अतः सिद्ध हुआ कि दो संख्याओं का गुणनफल = LCM x HCF है

(ii) 510 and 92

हल :

$510 = 2 \times 3 \times 5 \times 17$

$92 = 2 \times 2 \times 23$

दोनों गुणनखंड में उभयनिष्ठ गुणनखंड = 2

$\therefore$ HCF = 2

$LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23 = 23460$

अब, जांच,

दो संख्याओं का गुणनखंड = LCM × HCF

$N_1 \times N_2 = LCM \times HCF$

$510 \times 92 = 2 \times 23460$

46920 = 46920

इति सिद्धम् !

(iii) 336 and 54

हल:

$336 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

सार्व गुणनखंड $= 2 \times 3$

$\therefore$ HCF = 6

LCM $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = 3024$

जाँच,

दो संख्याओं का गुणनफल = LCM × HCF

$N_1 \times N_2 = \text{LCM} \times \text{HCF}$ $336 \times 54 = 6 \times 3024$

18144 = 18144

अतः सिद्ध हुआ कि दो संख्याओं का गुणनफल = LCM x HCF है

प्र 3. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा निम्नलिखित के LCM और HCF ज्ञात कीजिए

(i) 12 , 15 and 21

हल :

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 5 \times 3$

$21 = 7 \times 3$

सभी गुणनखंड में उभयनिष्ट गुणनखंड = 3 है

HCF = 3

LCM = $3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 420$

(ii) 17 , 23 and 29

हलः

$17 = 1 \times 17$

$23 = 1 \times 23$

$29 = 1 \times 29$

यहाँ 1 को छोड़कर अन्य कोई उभयनिष्ट गुणनखंड नहीं है

HCF = 1

LCM = 17 × 23 × 29 = 11339

(iii) 8 , 9 and 25

हलः

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$9 = 3 \times 3$

$25 = 5 \times 5$

यहाँ 1 को छोड़कर अन्य कोई उभयनिष्ट गुणनखंड नहीं है

$\therefore$ HCF = 1

$LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 8 \times 9 \times 25$

$= 1800$

प्र 4. HCF (306, 657) = 9, दिया है | LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए

हल :

$HCF (306, 657) = 9$

$LCM \times HCF = N_1 \times N_2$

$$LCM = \frac{N_1 \times N_2}{HCF}$$

$$LCM = \frac{306 \times 657}{9}$$

LCM = 22338

प्र 5 . जाँच कीजिए कि क्या प्राकृत संख्या n के लिए संख्या 6^n अंक 0 पर समाप्त हो सकती है

हल :

6^n का अभाज्य गुणनखंड = $(2 \times 3)^n$

जबकि , कोई प्राकृत संख्या जो शून्य पर समाप्त होती है उसके अभाज्य गुणनखंड $(2 \times 5)^n$ के रूप

का होता है

अतः 6^n शून्य पर समाप्त नहीं होती है

प्र 6 . व्याख्या कीजिए $7 \times 11 \times 13 + 13$ और $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$ भाज्य संख्या क्यों है ?

हल :

माना $A = 7 \times 11 \times 13 + 13$

$= 13 (7 \times 11 + 1)$

$= 13 (77 + 1)$

$= 13 \times 78$

अतः यह एक भाज्य संख्या है क्योकि इसके अभाज्य गुणनखंड में 1 को छोड़कर अन्य दो गुणनखंड है

इसी प्रकार ,

माना $B = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$

$= 5\,(7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1)$

$= 5 \times (1008 + 1)$

$= 5 \times 1009$

अतः यह भी एक भाज्य संख्या है क्योकि इसके भी अभाज्य गुणनखंड में 1 को छोड़कर अन्य दो गुणनखंड है

प्र 7 . किसी खेल के खेल मैदान के चारो और एक वृताकार पथ है इस मैदान का एक चक्कर लगाने में सोनिया को 18 मिनट लगते है , जबकि इसी मैदान का एक चक्कर लगाने में रवि को 12 मिनट लगते है मान लीजिए वे

दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते है कितने समय बाद वे पुनः प्रारंभिक स्थान पर मिलेंगे

हल :

एक चक्कर में सोनिया 18 मिनट लेती है

रवि एक चक्कर में 12 मिनट लगता है

वे दोनों एक ही स्थान पर LCM (18 , 12) मिनट के बाद मिलेंगे अतः

$18 = 2 \times 3 \times 3$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$HCF = 2 \times 3 = 6$

$$LCM = \frac{18 \times 12}{6}$$

LCM=36

अतः प्रारम्भ के बाद उसी स्थान पर 36 मिनट में मिलेंगे

प्रश्नावली 1.3

प्र 1. सिद्ध कीजिए कि √5 एक अपरिमेय संख्या है

हल :

यदि संभव हो तो मान लीजिए कि √5 एक परिमेय संख्या है

हम किसी भी परिमेय संख्या को p/q के रूप में व्यक्त कर सकते है जहाँ p तथा q दो पूर्णांक है और q ≠0 है

इसलिए ,

$$\frac{p}{q} = \sqrt{5}$$

यदि p तथा q को उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित करके $\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ प्राप्त कर सकते है जहाँ a और b सहअभाज्य (co-prime) है |

अत: $\sqrt{5} = \frac{a}{b}$

या $\sqrt{5}\, b = a$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$5b^2 = a^2$$

या $$b^2 = \frac{a^2}{5}$$

यहाँ 5 a^2 विभाजित करता है अतः 5 a को भी विभाजित करेगा ...... (1)

[प्रमेय 1. 3 द्वारा]

अतः a =5c माना

(क्योंकि a 5 द्वारा विभाजित होता है अर्थात a का 5 का गुणनखंड है)

$5b^2 = a^2$ $a = 5c$ रखने पर

$$5b^2 = (5c)^2$$

$$5b^2 = 25c^2$$

$$b^2 = 5c^2$$

$$\Rightarrow \quad c^2 = \frac{b^2}{5}$$

यहाँ 5 b^2 को विभाजित करता है अतः 5 b को भी विभाजित करेगा .... (2)

(प्रमेय 1. 3 द्वारा)

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते है कि 5 a तथा b दोनों को विभाजित करता है

जिसमे 5 एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है

इससे हमारी इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि a तथा b में 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ नहीं है /

यह विरोधाभासी परिमाण हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है कि

अतः √5 एक अपरिमेय संख्या है

प्र 2 . सिद्ध कीजिए कि 3 + 2√5 एक अपरिमेय संख्या है /

हल :

यदि संभव हो तो मान लीजिए कि **3** + **2**√**5** एक परिमेय संख्या है

हम किसी भी परिमेय संख्या को p/q के रूप में व्यक्त कर सकते है जहाँ p तथा q दो पूर्णांक है और q ≠0 है

इसलिए ,

$$\frac{p}{q} = 3 + 2\sqrt{5}$$

और p तथा q को उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित कर एक सह-अभाज्य संख्या a तथा b प्राप्त कर सकते है /

अत: $3 + 2\sqrt{5} = \frac{a}{b}$

या $2\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3$

या $2\sqrt{5} = \frac{a-3b}{b}$

या $\sqrt{5} = \frac{a-3b}{2b}$

चूँकि a तथा b पूर्णांक है और 2 तथा 3 भी पूर्णांक है /

इसलिए $\frac{a-3b}{2b}$ एक परिमेय संख्या है जबकि वाया पक्ष √5 एक अपरिमेय संख्या है |

इससे एक विरोधाभासी परिणाम प्राप्त होता है की √5 परिमेय संख्या है

ऐसा विरोधाभासी परिणाम हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है कि 3 + 2√5 एक परिमेय संख्या है /

अतः 3 + 2√5 एक अपरिमेय संख्या है /

Q3. सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं :

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **(ii)** $7\sqrt{5}$ **(iii)** $6 + \sqrt{2}$

हल:

(i) सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{\sqrt{2}}$ अपरिमेय संख्या हैं |

इसके विपरीत मान लीजिए कि $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक परिमेय संख्या है |

हम किसी भी परिमेय संख्या को p/q के रूप में व्यक्त कर सकते है जहाँ p तथा q दो पूर्णांक है और q $\neq$ 0 है |

इसलिए,

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

p तथा q को उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित करके $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{a}{b}$ प्राप्त कर सकते है जहाँ a और b सहअभाज्य (co-prime) है |

अत: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{a}{b}$

या b = a $\sqrt{2}$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$b^2 = 2a^2$$

या $a^2 = \frac{b^2}{2}$

यहाँ 2 b^2 को विभाजित करता है अतः 2 , b को विभाजित करेगा / .... (1)

[परिमेय 1.3 द्वारा]

अतः b = 2c माना [क्योकि a 5 द्वारा विभाजित होता है]

$b^2 = 2a^2$ में $b = 2c$ रखने पर

$\Rightarrow \quad (2c)^2 = 2a^2$

$\Rightarrow \quad 4c^2 = 2a^2$

$\Rightarrow \quad 2c^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad c^2 = \frac{a^2}{2}$

यहाँ 2 b^2 को विभाजित करता है अतः 2 a को विभाजित करेगा / .... (2)

[परिमेय 1.3 द्वारा]

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते है कि 2 a तथा b दोनों को विभाजित करता है जिसमे 2 उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है क्योकि हमने a तथा b को सह - अभाज्य प्राप्त किया था

यह विरोधाभासी परिणाम हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है कि

अत: $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है |

(ii) सिद्ध कीजिए कि $7\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या हैं |

हल :

इसके विपरीत मान लीजिए कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है |

हम किसी भी परिमेय संख्या को p/q के रूप में व्यक्त कर सकते है जहाँ p तथा q दो पूर्णांक है और q ≠ 0 है |

इसलिए,

$\frac{p}{q} = 7\sqrt{5}$

p तथा q को उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित करके $7\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ प्राप्त कर सकते है जहाँ a और b सहअभाज्य (co-prime) है |

अत: $7\sqrt{5} = \frac{a}{b}$

या $7\sqrt{5}\, b = a$

या $\frac{a}{7b} = \sqrt{5}$

चूँकि a तथा b पूर्णांक है और 7 भी पूर्णांक है |

इसलिए $\frac{a}{7b}$ एक परिमेय संख्या है जबकि दांया पक्ष $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है |

इससे एक विरोधाभासी परिणाम प्राप्त होता है कि $\sqrt{5}$ परिमेय संख्या है |

ऐसा विरोधाभासी परिणाम हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है |

अत: $7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है |

(iii) सिद्ध कीजिए कि 6 + $\sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या हैं ।

हल :

इसके विपरीत मान लीजिए कि 6 + $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है ।

हम किसी भी परिमेय संख्या को p/q के रूप में व्यक्त कर सकते है जहाँ p तथा q दो पूर्णांक है और q $\neq$ 0 है ।

इसलिए,

$\frac{p}{q} = 6 + \sqrt{2}$

और p तथा q को उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित कर एक सह-अभाज्य संख्या a तथा b प्राप्त कर सकते हैं ।

अत: $\quad 6 + \sqrt{2} = \frac{a}{b}$

या $\quad \sqrt{2} = \frac{a}{b} - 6$

या $\quad \sqrt{2} = \frac{a-6b}{b}$

चूँकि a तथा b पूर्णांक है और 6 भी पूर्णांक है ।

इसलिए $\frac{a-6b}{b}$ एक परिमेय संख्या है जबकि वाया पक्ष $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है ।

इससे एक विरोधाभासी परिणाम प्राप्त होता है कि $\sqrt{2}$ परिमेय संख्या है ।

ऐसा विरोधाभासी परिणाम हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है कि $6 + \sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है ।

अत: $6 + \sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है ।

प्रश्नावली 1.4

प्र 1. बिना लम्बी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसांत सांत है या असांत आवर्ती है :

(i) $\frac{13}{3125}$ (ii) $\frac{17}{8}$ (iii) $\frac{64}{455}$ (iv) $\frac{15}{1600}$ (v) $\frac{29}{343}$

(vi) $\frac{23}{2^3\,5^2}$ (vii) $\frac{129}{2^2\,5^7 7^5}$ (viii) $\frac{6}{15}$ (ix) $\frac{35}{50}$ (x) $\frac{77}{210}$

हल :

(i) $\frac{13}{3125}$

$= \frac{13}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$

$= \frac{13}{5^5}$

हर का अभाज्य गुणनखंड 5^5 है और इसे $2^m \times 5^n$ के रूप व्यक्त किया जा सकता है अतः यह एक सांत दशमलव प्रसार है

(ii) $\frac{17}{8}$

$= \frac{17}{2 \times 2 \times 2}$

$= \frac{17}{2^3}$

हर का अभाज्य गुणनखंड 2^3है और इसे $2^m \times 5^n$ के रूप व्यक्त किया जा सकता है अतः यह एक सांत दशमलव प्रसार है

(iii) $\frac{64}{455}$

$$= \frac{64}{5 \times 7 \times 13}$$

हर का अभाज्य गुणन 5 x 7 x 13 है और इसे $2^m \times 5^n$ के रूप व्यक्त नहीं किया जा सकता है अतः यह एक असांत दशमलव प्रसार है

(iv) $\frac{15}{1600}$

$$= \frac{15}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}$$

$$= \frac{15}{2^6 \times 5^2}$$

हर का अभाज्य गुणनखंड' $2^6 \times 5^2$ है और यह $2^m \times 5^n$ के रूप में व्यक्त है अतः यह एक सांत दशमलव प्रसार है

(v) $\dfrac{29}{343}$

हल :

7	343
7	49
7	7
	1

Prime Factorisation of :
$343 = 7 \times 7 \times 7$

343 का अभाज्य गुणनखंड $7 \times 7 \times 7$ है |

$$\Rightarrow \quad \frac{29}{7^3}$$

7^3 को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है इसलिए $\dfrac{29}{343}$ एक शांत दशमलव प्रसार नहीं है |

(vi) $\dfrac{23}{2^3 5^2}$

हल :

हर $2^3\ 5^2$ का अभाज्य गुणनखंड को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है इसलिए $\dfrac{23}{2^3 5^2}$ एक शांत दशमलव प्रसार है |

(vii) $\frac{129}{2^2 5^7 7^5}$

हल :

$2^2 5^7 7^5$ को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है इसलिए $\frac{129}{2^2 5^7 7^5}$ एक शांत दशमलव प्रसार नहीं है |

(viii) $\frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{2}{5}$

हल :

हर 5 को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है इसलिए $\frac{6}{15}$ या $\frac{2}{5}$ एक शांत दशमलव प्रसार है |

(ix) $\frac{35}{50}$

हल :

5	50
5	10
2	2
	1

50 का अभाज्य गुणनखंड = 5 × 5 × 2 है |

अत: $\frac{35}{50} = \frac{5 \times 7}{5 \times 5 \times 2} = \frac{7}{5 \times 2}$

हर 5 × 2 पहले ही $2^n \times 5^n$ के रूप में है अत: यह शांत दशमलव प्रसार है |

(x) $\frac{77}{210} = \frac{11 \times 7}{2 \times 5 \times 3 \times 7} = \frac{11}{2 \times 5 \times 3}$

हल :

$\frac{11}{2 \times 5 \times 3}$ में हर 2 × 5 × 3 को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है इसलिए $\frac{77}{210}$ एक शांत दशमलव प्रसार नहीं है |

प्र : ऊपर दिए गए प्रश्न में उन परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार को लिखिए जो सांत है

हल : प्रश्न संख्या 1 में सांत दशमलव प्रसार वाले प्रश्न निम्नलिखित है

(i) , (ii) , (iii) , (iv) (vi) (viii) और (ix)

हल : (i) $\frac{13}{3125}$

हर का अभाज्य गुणनखंड करने पर $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

$$\Rightarrow \frac{13}{3125} = \frac{13}{5^5}$$

$\frac{13}{5^5}$ के हर को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\frac{13}{5^5} \times \frac{2^5}{2^5} = \frac{13 \times 2^5}{5^5 \times 2^5} = \frac{13 \times 32}{5^5 \times 2^5}$$

$$= \frac{416}{(2 \times 5)^5} = \frac{416}{(10)^5} = \frac{416}{100000} = 0.00416$$

हल : (ii) $\frac{17}{8} = \frac{17}{2^3}$

$\frac{17}{2^3}$ के हर को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\frac{17}{2^3} \times \frac{5^3}{5^3} = \frac{17 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{17 \times 125}{2^3 \times 5^3}$$

$$= \frac{2125}{(2 \times 5)^3} = \frac{2125}{(10)^3} = \frac{2125}{1000} = 2.125$$

हल : (iv) $\frac{15}{1600} = \frac{15}{2^6 \times 5^2}$

$\frac{15}{2^6 \times 5^2}$ के हर को $2^n \times 5^n$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow \frac{15}{2^6 \times 5^2} \times \frac{5^4}{5^4}$ (5 के घात को बराबर करने के लिए)

$\Rightarrow \frac{15}{2^6 \times 5^2} \times \frac{5^4}{5^4}$

$\Rightarrow \frac{15 \times 5^4}{2^6 \times 5^6}$

$\Rightarrow \frac{15 \times 625}{(2 \times 5)^6}$

$\Rightarrow \frac{9375}{(10)^6}$

$\Rightarrow \frac{9375}{1000000} = 0.009375$