LearnBSEB.in

CLASS 10 MATHEMATICS COMPLETE FORMULA BOOK

कक्षा 10वीं गणित सम्पूर्ण सूत्र पुस्तक

Bihar Board | Hindi + English Medium

All Chapters | All Important Formulas | Solved Examples | Practice Questions

Academic Session 2026–27

Publisher: LearnBSEB.in

Contents / अनुक्रमणिका

About this book / इस पुस्तक के बारे में **3**

Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ) 4

Chapter 2: Polynomials (बहुपद) 9

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म) 14

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण) 20

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी) 26

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज) 32

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति) 39

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय) 45

Chapter 9: Applications of Trigonometry (त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग) 51

Chapter 10: Circles (वृत्त) 55

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल) 58

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन) 64

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी) 73

Chapter 14: Probability (प्रायिकता) 80

Part A: All Mathematical Identities **87**

Part B: Complete Trigonometry Table **89**

Part C: Complete Mensuration Chart **90**

Part D: Coordinate Geometry Quick Chart **91**

Part E: Statistics Formula Quick Chart **92**

Part F: One-Page Chapter-wise Revision **93**

Part G: Practice Questions **98**

Answer Key with Step-by-Step Solutions **100**

Chapter-wise Formula Index **103**

About this Book / इस पुस्तक के बारे में

This book collects the formulas, identities and rules of Class 10 Mathematics (Bihar Board, NCERT-aligned), each with meaning of symbols, Hindi and English explanation, three solved examples (basic, intermediate and board level), exam tips and common mistakes.

इस पुस्तक में कक्षा 10 गणित के सभी महत्वपूर्ण सूत्र, उनके प्रतीकों के अर्थ, हिन्दी–अंग्रेजी व्याख्या, तीन हल किए उदाहरण, परीक्षा सुझाव और सामान्य भूलें दी गई हैं।

Syllabus note / पाठ्यक्रम सूचना: Items marked **Supplementary** (centroid, frustum, Heron's formula, simple interest, cube/cubic identities used for revision) may be optional, rationalised or outside the notified syllabus. Always confirm the final list with the latest notified BSEB syllabus (bstbpc.gov.in / biharboardonline.bihar.gov.in). Value used: π = 22/7 unless stated; √2 = 1.41, √3 = 1.73.

01

Real Numbers

वास्तविक संख्याएँ

F-01 Euclid's Division Lemma & Algorithm (यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका एवं एल्गोरिथ्म)

Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ)

$$a = bq + r,\ 0 \le r < b$$

Where / जहाँ:

- a = dividend (भाज्य)
- b = divisor (भाजक), b > 0
- q = quotient (भागफल)
- r = remainder (शेषफल)

हिन्दी: दो धन पूर्णांकों a और b के लिए ऐसे अद्वितीय पूर्णांक q और r होते हैं कि a = bq + r, जहाँ 0 ≤ r < b। इसे बार-बार लगाकर HCF निकाला जाता है।

English: For any two positive integers a and b, there exist unique integers q and r with a = bq + r, 0 ≤ r < b. Repeating this gives the HCF (Euclid's algorithm).

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)

Q. Write 17 in the form bq + r with b = 5.

Solution (हल):

17 ÷ 5 gives q = 3, r = 2

17 = 5 × 3 + 2

Answer (उत्तर): 17 = 5×3 + 2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)

Q. Express 455 as 42q + r.

Solution (हल):

42 × 10 = 420; 455 − 420 = 35, and 35 < 42

455 = 42 × 10 + 35

Answer (उत्तर): q = 10, r = 35

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)

Q. Use Euclid's division algorithm to find the HCF of 135 and 225.

Solution (हल):

225 = 135 × 1 + 90

135 = 90 × 1 + 45

90 = 45 × 2 + 0

Remainder is 0, so the last divisor 45 is the HCF.

Answer (उत्तर): HCF = 45

Exam tip: Always keep r < b. Stop when remainder becomes 0; the last divisor is the HCF.
परीक्षा सुझाव: शेषफल r हमेशा b से छोटा रखें। शेषफल 0 आने पर अंतिम भाजक ही HCF होता है।

Common mistake: Taking the remainder as the HCF instead of the last non-zero divisor.
सामान्य भूल: अंतिम भाजक की जगह शेषफल को HCF लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: a, b, q, r are integers; b > 0; the lemma applies to positive integers.

F-02 HCF × LCM Relationship (HCF × LCM सम्बन्ध)

Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ)

$$HCF(a, b) \times LCM(a, b) = a \times b$$

Where / जहाँ:

- a, b = two positive integers (दो धन पूर्णांक)
- HCF = highest common factor (महत्तम समापवर्तक)
- LCM = lowest common multiple (लघुत्तम समापवर्त्य)

हिन्दी: दो धन पूर्णांकों का HCF और LCM का गुणनफल, उन दोनों संख्याओं के गुणनफल के बराबर होता है।
English: For two positive integers, the product of their HCF and LCM equals the product of the numbers.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Verify the relation for 12 and 18.
Solution (हल):
HCF = 6, LCM = 36
6 × 36 = 216 and 12 × 18 = 216
Answer (उत्तर): Verified: 216 = 216

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. HCF(26, 91) = 13. Find LCM(26, 91).
Solution (हल):
LCM = (26 × 91) ÷ 13 = 2366 ÷ 13 = 182
Answer (उत्तर): LCM = 182

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. HCF of two numbers is 9 and LCM is 459. One number is 27. Find the other.
Solution (हल):
HCF × LCM = 9 × 459 = 4131
Other number = 4131 ÷ 27 = 153
Answer (उत्तर): Other number = 153

Exam tip: Use it to find the missing number or LCM quickly.
परीक्षा सुझाव: लुप्त संख्या या LCM निकालने में सीधे उपयोग करें।

Common mistake: It is valid only for TWO numbers, not for three.
सामान्य भूल: यह सूत्र केवल दो संख्याओं के लिए है, तीन के लिए नहीं।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Only for two positive integers. No units.

F-03 HCF & LCM by Prime Factorisation (अभाज्य गुणनखंडन से HCF व LCM)

Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ)

HCF = product of smallest powers of common primes
LCM = product of greatest powers of all primes

Where / जहाँ:

- p_i = prime factors
- Smallest power → HCF
- Greatest power → LCM

हिन्दी: अंकगणित की आधारभूत प्रमेय के अनुसार प्रत्येक भाज्य संख्या अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में अद्वितीय (क्रम छोड़कर) लिखी जा सकती है।

English: By the Fundamental Theorem of Arithmetic every composite number is a unique product of primes (apart from order). Use the smallest powers for HCF, greatest for LCM.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Find HCF and LCM of 12 and 18.
Solution (हल):
$12 = 2^2 \times 3$; $18 = 2 \times 3^2$
HCF = $2 \times 3 = 6$; LCM = $2^2 \times 3^2 = 36$
Answer (उत्तर): HCF = 6, LCM = 36

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Find HCF and LCM of 96 and 404.
Solution (हल):
$96 = 2^5 \times 3$; $404 = 2^2 \times 101$
HCF = $2^2 = 4$
LCM = $2^5 \times 3 \times 101 = 9696$
Answer (उत्तर): HCF = 4, LCM = 9696

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Find HCF and LCM of 6, 72 and 120.
Solution (हल):
$6 = 2\times3$; $72 = 2^3\times3^2$; $120 = 2^3\times3\times5$
HCF = $2\times3 = 6$
LCM = $2^3\times3^2\times5 = 360$
Answer (उत्तर): HCF = 6, LCM = 360

Exam tip: For HCF take only COMMON primes; for LCM take ALL primes.
परीक्षा सुझाव: HCF में केवल उभयनिष्ठ अभाज्य, LCM में सभी अभाज्य लें।

Common mistake: Using the greatest power for HCF (or the smallest for LCM).
सामान्य भूल: HCF में बड़ी घात तथा LCM में छोटी घात ले लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Works for any number of positive integers.

F-04 Decimal Expansion of Rationals (दशमलव प्रसार (सांत / असांत आवर्ती))

Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ)

$$p/q \text{ (lowest terms) terminates} \Leftrightarrow q = 2^m \times 5^n \ (m, n \geq 0)$$

Where / जहाँ:

- p/q = rational number in lowest form (सरलतम रूप)
- m, n = non-negative integers

हिन्दी: यदि p/q सरलतम रूप में हो और q के अभाज्य गुणनखंड केवल 2 और 5 हों, तो दशमलव प्रसार सांत होता है; अन्यथा असांत आवर्ती। √p (p अभाज्य) अपरिमेय है।

English: In lowest form, p/q has a terminating decimal exactly when q has only 2 and 5 as prime factors; otherwise it is non-terminating repeating. √p (p prime) is irrational.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Does 13/3125 terminate?
Solution (हल):
$3125 = 5^5$ → only 5 present
Answer (उत्तर): Yes, terminates

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Without long division, decide for 17/8 and 64/455.
Solution (हल):
$8 = 2^3$ → terminates (17/8 = 2.125)
$455 = 5 \times 7 \times 13$ → has 7, 13
Answer (उत्तर): 17/8 terminates; 64/455 does not

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Decide for 77/210.
Solution (हल):
77/210 = 11/30 (lowest terms)
$30 = 2 \times 3 \times 5$ → contains 3
Answer (उत्तर): Non-terminating repeating

Exam tip: ALWAYS reduce the fraction to lowest terms before checking q.
परीक्षा सुझाव: पहले भिन्न को सरलतम रूप में लिखें, फिर q देखें।

Common mistake: Checking q before simplifying (e.g. 77/210).
सामान्य भूल: भिन्न सरल किए बिना q जाँच लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Applies to rational numbers only.

02

Polynomials

बहुपद

F-05 Zero of a Polynomial & Factor Theorem (बहुपद का शून्यक एवं गुणनखंड)

Chapter 2: Polynomials (बहुपद)

$$\text{Zero of } ax + b \text{ is } -b/a \ ; \ p(k) = 0 \Leftrightarrow (x - k) \text{ is a factor}$$

Where / जहाँ:

- p(x) = polynomial (बहुपद)
- k = zero of p(x) (शून्यक)
- Degree = highest power; max zeroes = degree

हिन्दी: वह मान k जिसके लिए p(k) = 0 हो, बहुपद का शून्यक कहलाता है। घात n के बहुपद के अधिकतम n शून्यक होते हैं।
English: A value k with p(k) = 0 is a zero of p(x). A polynomial of degree n has at most n zeroes; graph cuts the x-axis at its real zeroes.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Find the zero of 3x − 6.
Solution (हल):
3x − 6 = 0 → x = 2
Answer (उत्तर): Zero = 2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Show 4 and −1 are zeroes of $x^2 - 3x - 4$.
Solution (हल):
p(4) = 16 − 12 − 4 = 0; p(−1) = 1 + 3 − 4 = 0
Answer (उत्तर): Both are zeroes

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. If 2 is a zero of $x^2 - kx + 6$, find k.
Solution (हल):
4 − 2k + 6 = 0 → 2k = 10
Answer (उत्तर): k = 5

Exam tip: Substitute the value; if the result is 0 it is a zero.
परीक्षा सुझाव: मान रखकर परिणाम 0 आए तो वह शून्यक है।

Common mistake: Writing zero of ax + b as b/a (sign lost).
सामान्य भूल: ax + b का शून्यक b/a लिखना (चिह्न भूलना)।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Degree is a whole number; coefficients are real numbers.

F-06 Quadratic: Sum & Product of Zeroes (द्विघात बहुपद: शून्यकों का योग व गुणनफल)

Chapter 2: Polynomials (बहुपद)

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \ \alpha\beta = \frac{c}{a} \text{ for } ax^2 + bx + c$$

Where / जहाँ:

- α, β = zeroes (शून्यक)
- a, b, c = coefficients, $a \neq 0$

हिन्दी: $ax^2 + bx + c$ के शून्यकों का योग $-b/a$ तथा गुणनफल c/a होता है।
English: For $ax^2 + bx + c$ the sum of zeroes is $-b/a$ and the product is c/a.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Verify for $x^2 - 5x + 6$.
Solution (हल):
Zeroes 2, 3: sum = 5 = −(−5)/1; product = 6 = 6/1
Answer (उत्तर): Verified

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Find sum and product of zeroes of $2x^2 - 8x + 6$.
Solution (हल):
Sum = −(−8)/2 = 4; Product = 6/2 = 3
(Zeroes are 1 and 3.)
Answer (उत्तर): Sum = 4, Product = 3

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. α, β are zeroes of $x^2 - 6x + 8$. Find $\alpha^2 + \beta^2$.
Solution (हल):
$\alpha + \beta = 6$, $\alpha\beta = 8$
$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 36 - 16 = 20$
Answer (उत्तर): $\alpha^2 + \beta^2 = 20$

Exam tip: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$ is a favourite board question.
परीक्षा सुझाव: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$ बोर्ड में बार-बार पूछा जाता है।

Common mistake: Forgetting the minus sign in $-b/a$.
सामान्य भूल: $-b/a$ में ऋण चिह्न भूल जाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: $a \neq 0$. Result is a pure number.

F-07 Cubic: Zeroes–Coefficient Relations (त्रिघात बहुपद: शून्यक एवं गुणांक सम्बन्ध)

Chapter 2: Polynomials (बहुपद)

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} \; ; \; \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} \; ; \; \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

Where / जहाँ:

- For $ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$
- α, β, γ = three zeroes

हिन्दी: त्रिघात बहुपद $ax^3 + bx^2 + cx + d$ के तीन शून्यकों के योग, युग्म-गुणनफल योग तथा गुणनफल के लिए ऊपर के सम्बन्ध लागू होते हैं।
English: These relations connect the three zeroes of a cubic with its coefficients.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Verify for $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ (zeroes 1, 2, 3).
Solution (हल):
Sum = 6 = −(−6)/1; pairs: 2+6+3 = 11 = 11/1; product 6 = −(−6)/1
Answer (उत्तर): Verified

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Verify for $x^3 - 2x^2 - x + 2$ (zeroes 1, −1, 2).
Solution (हल):
Sum = 2 ✓; pairs: −1 −2 + 2 = −1 ✓; product = −2 = −2/1 ✓
Answer (उत्तर): Verified

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. 2 is a zero of $2x^3 - x^2 - 5x - 2$. Find the other zeroes.
Solution (हल):
Sum = 1/2 → other two sum to −3/2; product of all = 1 → other two multiply to 1/2
Quadratic: $x^2 + (3/2)x + 1/2 = 0$ → $(x+1)(x+1/2) = 0$
Answer (उत्तर): Zeroes −1 and −1/2

Exam tip: Remember the sign pattern: −b/a, +c/a, −d/a.
परीक्षा सुझाव: चिह्न क्रम: −b/a, +c/a, −d/a।

Common mistake: Using +d/a for the product of three zeroes.
सामान्य भूल: तीन शून्यकों के गुणनफल में +d/a लिखना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: $a \neq 0$. A cubic has at most 3 real zeroes.

F-08 Division Algorithm for Polynomials (बहुपदों के लिए विभाजन एल्गोरिथ्म)

Chapter 2: Polynomials (बहुपद)

$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x),\ r(x) = 0 \text{ or } \deg r < \deg g$$

Where / जहाँ:

- p(x) = dividend
- g(x) = divisor ($\neq 0$)
- q(x) = quotient, r(x) = remainder

हिन्दी: किसी बहुपद p(x) को g(x) से भाग देने पर भागफल q(x) तथा शेषफल r(x) मिलता है, जहाँ r की घात g की घात से कम होती है।

English: Dividing p(x) by g(x) gives quotient q(x) and remainder r(x) with degree of r less than degree of g.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Divide $x^2 + 3x + 2$ by $x + 1$.
Solution (हल):
$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2) + 0$
Answer (उत्तर): q = x + 2, r = 0

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Divide $2x^2 + 3x + 1$ by $x + 2$.
Solution (हल):
$(x + 2)(2x - 1) = 2x^2 + 3x - 2$
$2x^2 + 3x + 1 - (2x^2 + 3x - 2) = 3$
Answer (उत्तर): $q = 2x - 1$, $r = 3$

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Divide $x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ by $x^2 - 2$.
Solution (हल):
$(x^2 - 2)(x - 3) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6$
Subtract: $(x^3 - 3x^2 + 5x - 3) - (x^3 - 3x^2 - 2x + 6) = 7x - 9$
Answer (उत्तर): $q = x - 3$, $r = 7x - 9$

Exam tip: Arrange both polynomials in descending powers; add 0-terms for missing powers.
परीक्षा सुझाव: दोनों बहुपद घटती घात में लिखें; लुप्त घात के लिए 0 पद लिखें।

Common mistake: Stopping when deg r ≥ deg g.
सामान्य भूल: जब r की घात g की घात से कम न हो तब भी रुक जाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Check: g(x)·q(x) + r(x) must equal p(x).

03

Pair of Linear Equations in Two Variables

दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

F-09 General Form & Consistency Conditions (सामान्य रूप एवं संगति प्रतिबन्ध)

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \; ; \; a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \rightarrow \text{unique solution}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \text{no solution}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \text{infinitely many}$$

Where / जहाँ:

- $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ = real coefficients
- Lines: intersecting / parallel / coincident

हिन्दी: अनुपातों की तुलना से पता चलता है कि रेखाएँ एक बिंदु पर कटती हैं (अद्वितीय हल), समांतर हैं (कोई हल नहीं) या संपाती हैं (अनंत हल)।

English: Comparing the ratios tells whether the lines intersect (unique solution), are parallel (none) or coincide (infinitely many).

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)

Q. Decide for x + 2y − 3 = 0 and 2x + 4y − 6 = 0.

Solution (हल):

1/2 = 2/4 = −3/−6 = 1/2

Answer (उत्तर): Infinitely many solutions (consistent, dependent)

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)

Q. Decide for 2x + 3y = 7 and 4x + 6y = 10.

Solution (हल):

a-ratio = 1/2, b-ratio = 1/2, c-ratio = 7/10 (≠ 1/2)

Answer (उत्तर): No solution (inconsistent)

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)

Q. For what k does kx + 3y = k − 3, 12x + ky = k have no solution?

Solution (हल):

k/12 = 3/k → $k^2 = 36$ → k = ±6

k = 6: c-ratio (k−3)/k = 1/2 = k/12 → infinite

k = −6: c-ratio = 3/2 ≠ −1/2 → none

Answer (उत्तर): k = −6

Exam tip: Move all terms to the left side (= 0) before reading a, b, c.
परीक्षा सुझाव: पहले सभी पद बाईं ओर लाकर = 0 लिखें, फिर a, b, c पढ़ें।

Common mistake: Comparing c-ratio even when a/b ratios are unequal.
सामान्य भूल: जब a/b अनुपात असमान हों तब भी c अनुपात की जाँच करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Equations must be in two variables; coefficients real.

F-10 Substitution Method (प्रतिस्थापन विधि)

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)

From one equation write x = f(y) (or y = f(x)), substitute into the other

Where / जहाँ:

- x, y = unknowns (अज्ञात)
- Solve single-variable equation, back-substitute

हिन्दी: एक समीकरण से एक चर को दूसरे चर के पद में लिखकर दूसरे समीकरण में रखते हैं।

English: Express one variable from one equation, put it in the other, solve, then back-substitute.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Solve x + y = 14, x − y = 4.
Solution (हल):
x = 14 − y → 14 − y − y = 4 → y = 5; x = 9
Answer (उत्तर): x = 9, y = 5

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Solve 2x + 3y = 11, 2x − 4y = −24.
Solution (हल):
Subtract: 7y = 35 → y = 5; 2x = 11 − 15 = −4
Answer (उत्तर): x = −2, y = 5

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Solve 3x − 5y − 4 = 0 and 9x = 2y + 7.
Solution (हल):
x = (2y + 7)/9 → (2y+7)/3 − 5y − 4 = 0 → 2y + 7 − 15y − 12 = 0 → y = −5/13
x = (−10/13 + 7)/9 = 9/13
Answer (उत्तर): x = 9/13, y = −5/13

Exam tip: Choose the variable with coefficient 1 to avoid fractions.
परीक्षा सुझाव: जिस चर का गुणांक 1 हो उसे चुनें, भिन्न से बचेंगे।

Common mistake: Substituting back into the SAME equation.
सामान्य भूल: उसी समीकरण में मान रख देना जिससे चर निकाला था।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Always verify in both equations.

F-11 Elimination Method (विलोपन विधि)

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)

Make coefficients of one variable equal (numerically), then add or subtract

Where / जहाँ:

• Multiply equations by suitable non-zero constants

हिन्दी: किसी एक चर के गुणांक बराबर बनाकर समीकरणों को जोड़ या घटाकर वह चर मिटा देते हैं।

English: Equalise the coefficients of one variable, then add/subtract to eliminate it.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)

Q. Solve 3x + 2y = 12, 5x − 2y = 4.

Solution (हल):

Add: 8x = 16 → x = 2; 6 + 2y = 12 → y = 3

Answer (उत्तर): x = 2, y = 3

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)

Q. Solve 3x + 4y = 10, 2x − 2y = 2.

Solution (हल):

Multiply 2nd by 2: 4x − 4y = 4; add: 7x = 14 → x = 2; y = 1

Answer (उत्तर): x = 2, y = 1

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)

Q. Father's age is 3 times son's. After 5 years the sum of their ages is 70. Find present ages.

Solution (हल):

F = 3S; (F + 5) + (S + 5) = 70 → 4S = 60

Answer (उत्तर): Son 15 yrs, Father 45 yrs

Exam tip: In word problems define variables clearly first.
परीक्षा सुझाव: शब्द-प्रश्न में पहले चरों को स्पष्ट परिभाषित करें।

Common mistake: Adding when signs are the same (should subtract).
सामान्य भूल: समान चिह्न होने पर जोड़ देना (घटाना चाहिए)।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: State the units in word problems (years, ₹, km).

F-12 Cross-Multiplication Method (वज्र-गुणन विधि)

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Where / जहाँ:

- Equations in the form $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
- Denominator $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$

हिन्दी: समीकरणों को ax + by + c = 0 रूप में लिखकर ऊपर के सूत्र से x और y सीधे प्राप्त होते हैं।

English: Write both equations as ax + by + c = 0 and read x, y directly from the formula.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)

Q. Solve 2x + y − 5 = 0, 3x + 2y − 8 = 0.

Solution (हल):

$b_1c_2 - b_2c_1 = -8 + 10 = 2$; $c_1a_2 - c_2a_1 = -15 + 16 = 1$; $a_1b_2 - a_2b_1 = 4 - 3 = 1$

Answer (उत्तर): x = 2, y = 1

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Solve x + 2y − 7 = 0, 3x − y − 7 = 0.
Solution (हल):
−14 − 7 = −21; −21 + 7 = −14; −1 − 6 = −7
x = −21/−7, y = −14/−7
Answer (उत्तर): x = 3, y = 2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Solve 2x + 3y = 13, 5x − 2y = 4.
Solution (हल):
c written as −13 and −4: 3(−4) − (−2)(−13) = −38; (−13)(5) − (−4)(2) = −57; 2(−2) − 5(3) = −19
Answer (उत्तर): x = 2, y = 3

Exam tip: Convert to '= 0' form first; the constant becomes −c on the other side.
परीक्षा सुझाव: पहले '= 0' रूप बनाएँ; स्थिरांक का चिह्न बदल जाता है।

Common mistake: Using c with the wrong sign.
सामान्य भूल: c का चिह्न गलत लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: If denominator = 0, there is no unique solution.

F-13 Graphical Method (आलेखीय विधि)

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)

Each equation is a straight line: intersect → unique; parallel → none; coincide → infinite

Where / जहाँ:

- Plot ≥ 2 (preferably 3) points per line
- x-intercept: put y = 0; y-intercept: put x = 0

हिन्दी: प्रत्येक समीकरण एक सरल रेखा दर्शाता है। कटान बिंदु ही हल है।
English: Each equation represents a line; the intersection point is the solution.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Solve x + y = 4, x − y = 2 graphically.
Solution (हल):
Lines meet at (3, 1)
Answer (उत्तर): x = 3, y = 1

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. What can be said about x + y = 2 and x + y = 5?
Solution (हल):
Same slope, different intercepts → parallel
Answer (उत्तर): No solution

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)

Q. Area of the triangle formed by x + y = 6, x − y = 2 and the x-axis.

Solution (हल):

Meet at (4, 2); x-intercepts (6, 0) and (2, 0); base = 4, height = 2

Area = ½ × 4 × 2

Answer (उत्तर): 4 sq. units

Exam tip: Use graph paper scale 1 cm = 1 unit and label every line.
परीक्षा सुझाव: आलेख पर प्रत्येक रेखा का नाम व पैमाना अवश्य लिखें।

Common mistake: Plotting only two points and not checking a third.
सामान्य भूल: केवल दो बिंदु लेना, तीसरे से जाँच न करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Axes scales must be uniform.

04

Quadratic Equations

द्विघात समीकरण

F-14 Quadratic Formula (द्विघात सूत्र)

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Where / जहाँ:

- a = coefficient of x^2 ($a \neq 0$)
- b = coefficient of x
- c = constant term
- $D = b^2 - 4ac$

हिन्दी: द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल ज्ञात करने के लिए इस सूत्र का उपयोग किया जाता है।
English: This formula gives the roots of the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Find the roots of $x^2 - 5x + 6 = 0$.
Solution (हल):
$a=1, b=-5, c=6$; $D = 25 - 24 = 1$
$x = (5 \pm 1)/2$
Answer (उत्तर): x = 3 or 2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Solve $2x^2 - 7x + 3 = 0$.
Solution (हल):
$D = 49 - 24 = 25$; $x = (7 \pm 5)/4$
Answer (उत्तर): x = 3 or 1/2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Solve $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$.
Solution (हल):
$D = 49 - 4(\sqrt{2})(5\sqrt{2}) = 49 - 40 = 9$
$x = (-7 \pm 3)/(2\sqrt{2}) \rightarrow -4/(2\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$; $-10/(2\sqrt{2}) = -5/\sqrt{2}$
Answer (उत्तर): $x = -\sqrt{2}$ or $-5/\sqrt{2}$

Exam tip: Write a, b, c with their signs first; then find D.
परीक्षा सुझाव: पहले a, b, c चिह्न सहित लिखें, फिर D निकालें।

Common mistake: Dividing only √D by 2a instead of the whole numerator (−b ± √D).
सामान्य भूल: पूरे अंश (−b ± √D) की जगह केवल √D को 2a से भाग देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Needs $D \geq 0$ for real roots.

F-15 Discriminant & Nature of Roots (विविक्तकर एवं मूलों की प्रकृति)

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)

$$D = b^2 - 4ac : D > 0 \text{ two distinct real; } D = 0 \text{ two equal real } (x = -\frac{b}{2a}); D < 0 \text{ no real roots}$$

Where / जहाँ:

- D = discriminant (विविक्तकर)

हिन्दी: D का चिह्न बताता है कि मूल वास्तविक व भिन्न, वास्तविक व बराबर या अवास्तविक हैं।
English: The sign of D tells whether roots are real & distinct, real & equal, or not real.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Nature of roots of $2x^2 - 4x + 3 = 0$.
Solution (हल):
$D = 16 - 24 = -8 < 0$
Answer (उत्तर): No real roots

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Nature and roots of $x^2 - 4x + 4 = 0$.
Solution (हल):
$D = 16 - 16 = 0 \rightarrow x = 4/2$
Answer (उत्तर): Equal real roots: 2, 2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Find k so that $kx(x - 2) + 6 = 0$ has equal roots.
Solution (हल):
$kx^2 - 2kx + 6 = 0$; $D = 4k^2 - 24k = 0 \rightarrow k(k - 6) = 0$; $k \neq 0$
Answer (उत्तर): k = 6

Exam tip: For 'equal roots' put D = 0; for 'real roots' use $D \geq 0$.
परीक्षा सुझाव: 'बराबर मूल' के लिए D = 0; 'वास्तविक मूल' के लिए $D \geq 0$।

Common mistake: Keeping k = 0 when a = k must be non-zero.
सामान्य भूल: k = 0 को उत्तर मान लेना जबकि $a \neq 0$ आवश्यक है।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Equation must be in standard form first.

F-16 Sum & Product of Roots (मूलों का योग एवं गुणनफल)

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

Where / जहाँ:

- α, β = roots (मूल)

हिन्दी: $ax^2 + bx + c = 0$ के मूलों का योग $-b/a$ और गुणनफल c/a होता है।
English: For $ax^2 + bx + c = 0$, sum of roots = $-b/a$ and product = c/a.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Roots of $x^2 - 7x + 12 = 0$ are 3 and 4. Verify.
Solution (हल):
Sum = 7 = −(−7)/1; product = 12 = 12/1
Answer (उत्तर): Verified

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Sum and product of roots of $3x^2 + 5x - 2 = 0$.
Solution (हल):
Sum = −5/3; Product = −2/3
Answer (उत्तर): −5/3 and −2/3

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. 2 is a root of $2x^2 + kx - 6 = 0$. Find k and the other root.
Solution (हल):
$8 + 2k - 6 = 0 \rightarrow k = -1$
Product = −6/2 = −3 → other root = −3/2
Answer (उत्तर): k = −1; other root −3/2

Exam tip: Quick way to find the second root.
परीक्षा सुझाव: दूसरा मूल निकालने का सरल तरीका।

Common mistake: Using c/a for the sum.
सामान्य भूल: योग के लिए c/a लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Valid even when roots are complex, but Class 10 uses real roots.

F-17 Formation of Quadratic Equation (द्विघात समीकरण का निर्माण)

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

Where / जहाँ:

- α, β = given roots

हिन्दी: मूल दिए हों तो समीकरण x^2 − (मूलों का योग)x + (मूलों का गुणनफल) = 0 होता है।
English: If the roots are given, the equation is x^2 − (sum)x + (product) = 0.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Roots 2 and 3.
Solution (हल):
$x^2 - 5x + 6 = 0$
Answer (उत्तर): $x^2 - 5x + 6 = 0$

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Roots 1/2 and −3.
Solution (हल):
Sum = −5/2, product = −3/2: $x^2 + (5/2)x - 3/2 = 0 \rightarrow \times 2$
Answer (उत्तर): $2x^2 + 5x - 3 = 0$

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Roots $3 + \sqrt{2}$ and $3 - \sqrt{2}$.
Solution (हल):
Sum = 6; product = 9 − 2 = 7
Answer (उत्तर): $x^2 - 6x + 7 = 0$

Exam tip: Clear fractions by multiplying by the LCM.
परीक्षा सुझाव: भिन्न हटाने के लिए LCM से गुणा करें।

Common mistake: Writing $+(\alpha+\beta)x$ instead of $-(\alpha+\beta)x$.
सामान्य भूल: $(\alpha+\beta)x$ पर धन चिह्न लगा देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Result is a quadratic with real coefficients.

F-18 Factorisation (Splitting Middle Term) (गुणनखंड विधि (मध्य पद विभाजन))

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)

Split b into two numbers whose product is ac and sum is b

Where / जहाँ:

- ac = product of first and last coefficients

हिन्दी: b को ऐसे दो भागों में तोड़ें जिनका गुणनफल ac और योग b हो, फिर गुणनखंड करें।
English: Split b into two numbers with product ac and sum b, then factorise by grouping.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Solve $x^2 - 7x + 12 = 0$.
Solution (हल):
−3 and −4 (product 12, sum −7): $(x - 3)(x - 4) = 0$
Answer (उत्तर): x = 3 or 4

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Solve $6x^2 - x - 2 = 0$.
Solution (हल):
ac = −12; −4 + 3 = −1: $6x^2 - 4x + 3x - 2 = 2x(3x - 2) + 1(3x - 2) = (3x - 2)(2x + 1)$
Answer (उत्तर): x = 2/3 or −1/2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Product of two consecutive positive integers is 306. Find them.
Solution (हल):
$x(x + 1) = 306 \rightarrow x^2 + x - 306 = 0 \rightarrow (x + 18)(x - 17) = 0$; $x > 0$
Answer (उत्तर): 17 and 18

Exam tip: Reject negative/impossible roots in word problems (length, age, speed).
परीक्षा सुझाव: शब्द-प्रश्न में ऋणात्मक/असंभव मूल अस्वीकार करें।

Common mistake: Not checking whether the factorised roots fit the problem.
सामान्य भूल: मूल प्रश्न की शर्त से मेल खाता है या नहीं, जाँच न करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Units depend on the word problem.

05

Arithmetic Progressions

समांतर श्रेढ़ी

F-19 nth Term of an AP (समांतर श्रेढ़ी का n वाँ पद)

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)

$$a_n = a + (n - 1)d$$

Where / जहाँ:

- a = first term (प्रथम पद)
- d = common difference (सार्व अंतर) = $a_2 - a_1$
- n = position (पद संख्या)

हिन्दी: AP का n वाँ पद a + (n − 1)d होता है।
English: The nth term of an AP is a + (n − 1)d.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Find the 10th term of 2, 5, 8, ...
Solution (हल):
$a = 2, d = 3; a_{10} = 2 + 9\times3$
Answer (उत्तर): 29

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Which term of 3, 8, 13, ... is 78?
Solution (हल):
$3 + (n - 1)5 = 78 \rightarrow n - 1 = 15$
Answer (उत्तर): 16th term

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. $a_3 = 5$ and $a_7 = 9$. Find the AP and a_{20}.
Solution (हल):
$4d = 4 \rightarrow d = 1; a = 5 - 2 = 3$
$a_{20} = 3 + 19$
Answer (उत्तर): AP: 3, 4, 5, ...; $a_{20} = 22$

Exam tip: Find d first: d = second − first.
परीक्षा सुझाव: पहले d = दूसरा पद − पहला पद निकालें।

Common mistake: Using n instead of (n − 1) with d.
सामान्य भूल: (n − 1) की जगह n का प्रयोग।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: n is a positive integer.

F-20 Number of Terms / Last Term (पदों की संख्या / अंतिम पद)

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)

$$l = a + (n - 1)d \text{ , } n = \frac{l - a}{d} + 1$$

Where / जहाँ:

• l = last term (अंतिम पद)

हिन्दी: अंतिम पद ज्ञात हो तो पदों की संख्या n = (l − a)/d + 1 से मिलती है।
English: If the last term is known, the number of terms is (l − a)/d + 1.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. How many terms in 7, 13, 19, ..., 205?
Solution (हल):
n = (205 − 7)/6 + 1 = 33 + 1
Answer (उत्तर): 34

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. How many two-digit numbers are divisible by 3?
Solution (हल):
12, 15, ..., 99: n = (99 − 12)/3 + 1
Answer (उत्तर): 30

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Find the 20th term from the last of 3, 8, 13, ..., 253.
Solution (हल):
Reverse AP: a = 253, d = −5; a_{20} = 253 + 19(−5)
Answer (उत्तर): 158

Exam tip: n must be a whole number; otherwise the number is not in the AP.
परीक्षा सुझाव: n पूर्ण संख्या होना चाहिए, नहीं तो वह संख्या AP में नहीं है।

Common mistake: Forgetting the '+ 1'.
सामान्य भूल: '+ 1' जोड़ना भूल जाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: n is a positive integer.

F-21 Sum of n Terms (using a, d) (n पदों का योग (a और d के पदों में))

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

Where / जहाँ:

• S_n = sum of first n terms (योग)

हिन्दी: प्रथम पद a और सार्व अंतर d ज्ञात हों तो प्रथम n पदों का योग इस सूत्र से मिलता है।
English: When a and d are known, use this formula for the sum of the first n terms.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Sum of first 10 terms of 2, 7, 12, ...
Solution (हल):
S = 5[4 + 9×5] = 5 × 49
Answer (उत्तर): 245

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Sum of first 22 terms of 8, 3, −2, ...
Solution (हल):
S = 11[16 + 21×(−5)] = 11 × (−89)
Answer (उत्तर): −979

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. How many terms of 24, 21, 18, ... give sum 78?
Solution (हल):
$(n/2)[48 - 3(n - 1)] = 78 \rightarrow 3n^2 - 51n + 156 = 0 \rightarrow n^2 - 17n + 52 = 0 \rightarrow (n - 4)(n - 13) = 0$
Answer (उत्तर): n = 4 or 13 (both valid)

Exam tip: Two answers for n are possible when d < 0; check both.
परीक्षा सुझाव: d ऋणात्मक हो तो n के दो मान संभव हैं; दोनों जाँचें।

Common mistake: Writing (n/2) × 2a + (n − 1)d without bracket.
सामान्य भूल: कोष्ठक का ध्यान न रखना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Sum has the same unit as the terms (₹, m, ...).

F-22 Sum of n Terms (using a, l) (n पदों का योग (प्रथम व अंतिम पद से))

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

Where / जहाँ:

- l = last term

हिन्दी: प्रथम और अंतिम पद ज्ञात हों तो योग n/2 × (a + l) है।
English: If the first and last terms are known, S = n/2 × (a + l).

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Sum of first 100 natural numbers.
Solution (हल):
n = 100, a = 1, l = 100: 50 × 101
Answer (उत्तर): 5050

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Find 3 + 7 + 11 + ... + 99.
Solution (हल):
n = (99 − 3)/4 + 1 = 25; S = (25/2)(102)
Answer (उत्तर): 1275

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Sum of all 3-digit multiples of 7.
Solution (हल):
105, 112, ..., 994: n = (994 − 105)/7 + 1 = 128; S = 64 × 1099
Answer (उत्तर): 70336

Exam tip: Find n first, then apply the formula.
परीक्षा सुझाव: पहले n निकालें, फिर सूत्र लगाएँ।

Common mistake: Using wrong first/last multiple.
सामान्य भूल: गुणजों का प्रथम/अंतिम पद गलत लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Natural numbers: a = 1, d = 1.

F-23 Arithmetic Mean / Condition for AP (समांतर माध्य एवं AP की शर्त)

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)

$$b = \frac{a + c}{2} \Leftrightarrow 2b = a + c$$

Where / जहाँ:

- a, b, c = three consecutive terms
- AM of a and b = (a + b)/2

हिन्दी: तीन संख्याएँ a, b, c समांतर श्रेढ़ी में हों तो मध्य पद b उनका समांतर माध्य होता है।
English: If a, b, c are in AP then b is their arithmetic mean.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. AM of 4 and 10.
Solution (हल):
(4 + 10)/2
Answer (उत्तर): 7

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Find k if k + 2, 4k − 6, 3k − 2 are in AP.
Solution (हल):
2(4k − 6) = (k + 2) + (3k − 2) → 8k − 12 = 4k
Answer (उत्तर): k = 3

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Insert 3 AMs between 2 and 18.
Solution (हल):
18 = 2 + 4d → d = 4
Answer (उत्तर): 6, 10, 14

Exam tip: 'In AP' questions: use 2b = a + c.
परीक्षा सुझाव: 'AP में हैं' का अर्थ: 2b = a + c।

Common mistake: Using d = b/a (that is GP).
सामान्य भूल: d = b/a लिखना (यह गुणोत्तर श्रेढ़ी है)।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

06

Triangles

त्रिभुज

F-24 Basic Proportionality Theorem (Thales) (आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स))

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Where / जहाँ:

- D on AB, E on AC of ΔABC
- ∥ = parallel (समांतर)

हिन्दी: त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को एक ही अनुपात में बाँटती है।

English: A line parallel to one side of a triangle divides the other two sides in the same ratio.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. DE ∥ BC, AD = 2, DB = 3, AE = 4. Find EC.
Solution (हल):
2/3 = 4/EC → EC = 12/2
Answer (उत्तर): EC = 6

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. DE ∥ BC, AD = 1.5 cm, DB = 3 cm, AE = 1 cm. Find EC.
Solution (हल):
1.5/3 = 1/EC → EC = 3/1.5
Answer (उत्तर): EC = 2 cm

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. DE ∥ BC, AD/DB = 3/5, AC = 5.6 cm. Find AE.
Solution (हल):
AE/EC = 3/5 → AE = (3/8) × 5.6
Answer (उत्तर): AE = 2.1 cm

Exam tip: Write ratios in the same order (upper part : lower part).
परीक्षा सुझाव: अनुपात एक ही क्रम में लिखें (ऊपरी भाग : निचला भाग)।

Common mistake: Using AD/AB = AE/EC (mixing whole and part).
सामान्य भूल: पूर्ण भुजा और भाग का अनुपात मिला देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Lengths in the same unit (cm/m).

F-25 Converse of BPT (BPT का विलोम)

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$

Where / जहाँ:

- Same notation as BPT

हिन्दी: यदि कोई रेखा त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में बाँटे तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।
English: If a line divides two sides in the same ratio, it is parallel to the third side.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. AD = 4, DB = 6, AE = 2, EC = 3. Is DE ∥ BC?
Solution (हल):
4/6 = 2/3 and 2/3 = 2/3
Answer (उत्तर): Yes, parallel

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. AB = 12, AD = 8, AC = 18, AE = 12. Is DE ∥ BC?
Solution (हल):
DB = 4, EC = 6: 8/4 = 2 and 12/6 = 2
Answer (उत्तर): Yes, parallel

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. AD = 5, DB = 7, AE = 4, EC = 6. Is DE ∥ BC?
Solution (हल):
5/7 ≈ 0.714; 4/6 ≈ 0.667
Answer (उत्तर): No, not parallel

Exam tip: First find DB and EC from the full sides.
परीक्षा सुझाव: पहले पूर्ण भुजा से DB, EC निकालें।

Common mistake: Comparing AD/AB with AE/EC.
सामान्य भूल: AD/AB की तुलना AE/EC से करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Same unit for all lengths.

F-26 Similarity Criteria (AAA, SAS, SSS) (समरूपता की कसौटियाँ)

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$\text{AAA: } \angle A = \angle D,\ \angle B = \angle E,\ \angle C = \angle F\ ;\ \text{SSS: } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}\ ;\ \text{SAS: } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \text{ and } \angle A = \angle D$$

Where / जहाँ:

- $\Delta ABC \sim \Delta DEF$
- $\sim$ = similar (समरूप)

हिन्दी: समरूप त्रिभुजों के संगत कोण बराबर तथा संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।
English: In similar triangles corresponding angles are equal and corresponding sides are proportional.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Are triangles with sides 3, 4, 5 and 6, 8, 10 similar?
Solution (हल):
3/6 = 4/8 = 5/10 = 1/2
Answer (उत्तर): Yes, by SSS

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. ΔABC ~ ΔPQR, AB = 6, PQ = 9, BC = 8. Find QR.
Solution (हल):
6/9 = 8/QR → QR = 72/6
Answer (उत्तर): QR = 12

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. ∠A = ∠D = 50°, AB/DE = AC/DF = 2/3. Which criterion?
Solution (हल):
Included angle equal and two sides proportional
Answer (उत्तर): Similar by SAS

Exam tip: Write similarity in correct vertex order.
परीक्षा सुझाव: समरूपता में शीर्षों का क्रम सही रखें।

Common mistake: Matching non-corresponding sides.
सामान्य भूल: असंगत भुजाओं का मिलान करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Ratios have no unit.

F-27 Areas of Similar Triangles (समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल)

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$$

Where / जहाँ:

- ar = area (क्षेत्रफल)

हिन्दी: समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।
English: The ratio of areas of similar triangles equals the square of the ratio of corresponding sides.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Sides ratio 2 : 3. Ratio of areas?
Solution (हल):
$(2/3)^2$
Answer (उत्तर): 4 : 9

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Areas are 64 and 121. Ratio of sides?
Solution (हल):
√(64/121)
Answer (उत्तर): 8 : 11

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. ΔABC ~ ΔDEF, areas 64 cm² and 121 cm², EF = 15.4 cm. Find BC.
Solution (हल):
BC/EF = 8/11 → BC = 15.4 × 8/11
Answer (उत्तर): BC = 11.2 cm

Exam tip: Square for area ratio, square root for side ratio.
परीक्षा सुझाव: क्षेत्रफल में वर्ग, भुजा में वर्गमूल।

Common mistake: Forgetting to square the ratio.
सामान्य भूल: अनुपात का वर्ग करना भूल जाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Area unit: cm^2/m^2; side unit: cm/m.

F-28 Perimeters of Similar Triangles (समरूप त्रिभुजों के परिमाप)

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$\frac{\text{Perimeter}(\Delta ABC)}{\text{Perimeter}(\Delta DEF)} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

Where / जहाँ:

- Ratio of perimeters = ratio of corresponding sides

हिन्दी: परिमापों का अनुपात संगत भुजाओं के अनुपात के बराबर होता है (वर्ग नहीं)।
English: The ratio of perimeters equals the ratio of corresponding sides (not squared).

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Perimeters ratio 3 : 5; a side of the first is 6. Corresponding side?
Solution (हल):
6/x = 3/5
Answer (उत्तर): x = 10

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Perimeters 30 and 20, side 9 of larger. Corresponding side?
Solution (हल):
9/x = 30/20
Answer (उत्तर): x = 6

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Areas ratio 9 : 16, larger perimeter 40 cm. Smaller perimeter?
Solution (हल):
Side ratio = 3 : 4; P = 40 × 3/4
Answer (उत्तर): 30 cm

Exam tip: Perimeter is linear → use the side ratio directly.
परीक्षा सुझाव: परिमाप रेखीय है → भुजाओं का अनुपात सीधे लें।

Common mistake: Squaring the ratio for perimeters.
सामान्य भूल: परिमाप में अनुपात का वर्ग कर देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm / m.

F-29 Pythagoras Theorem (पाइथागोरस प्रमेय)

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (right angle at B)}$$

Where / जहाँ:

- AC = hypotenuse (कर्ण)
- AB, BC = other two sides

हिन्दी: समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

English: In a right triangle the square of the hypotenuse equals the sum of squares of the other two sides.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Legs 6 and 8. Find hypotenuse.
Solution (हल):
36 + 64 = 100
Answer (उत्तर): 10

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. A 10 m ladder reaches 8 m up a wall. Distance of foot from wall?
Solution (हल):
$10^2 - 8^2 = 36$
Answer (उत्तर): 6 m

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Diagonals of a rhombus are 16 cm and 12 cm. Find its side.
Solution (हल):
Half-diagonals 8, 6 meet at right angle: $side^2 = 64 + 36$
Answer (उत्तर): 10 cm

Exam tip: Hypotenuse is opposite the right angle and is the longest side.
परीक्षा सुझाव: कर्ण समकोण के सामने तथा सबसे बड़ी भुजा होती है।

Common mistake: Adding squares when a leg is required.
सामान्य भूल: भुजा निकालते समय वर्ग जोड़ देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: All lengths in the same unit.

F-30 Converse of Pythagoras Theorem (पाइथागोरस प्रमेय का विलोम)

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

$$\text{If } AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ then } \angle B = 90°$$

Where / जहाँ:

- Test the longest side as AC

हिन्दी: यदि किसी त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो वह समकोण त्रिभुज है।
English: If the square of the longest side equals the sum of squares of the other two, the triangle is right-angled.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Sides 5, 12, 13.
Solution (हल):
$25 + 144 = 169 = 13^2$
Answer (उत्तर): Right triangle

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Sides 6, 8, 11.
Solution (हल):
$36 + 64 = 100 \neq 121$
Answer (उत्तर): Not right-angled

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Sides 7, 24, 25.
Solution (हल):
$49 + 576 = 625 = 25^2$
Answer (उत्तर): Right triangle

Exam tip: Always test with the LONGEST side.
परीक्षा सुझाव: हमेशा सबसे लंबी भुजा से जाँच करें।

Common mistake: Testing with a shorter side as the hypotenuse.
सामान्य भूल: छोटी भुजा को कर्ण मान लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Same unit.

07

Coordinate Geometry

निर्देशांक ज्यामिति

F-31 Distance Formula (दूरी सूत्र)

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Where / जहाँ:

- $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$
- d = distance PQ

हिन्दी: निर्देशांक तल में दो बिंदुओं के बीच की दूरी इस सूत्र से ज्ञात की जाती है। मूल बिंदु से (x, y) की दूरी $\sqrt{(x^2 + y^2)}$ है।
English: Gives the distance between two points in the plane. Distance of (x, y) from the origin is $\sqrt{(x^2 + y^2)}$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Distance of (3, 4) from origin.
Solution (हल):
$\sqrt{(9 + 16)}$
Answer (उत्तर): 5

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Distance between (2, 3) and (4, 1).
Solution (हल):
$\sqrt{(4 + 4)} = \sqrt{8}$
Answer (उत्तर): $2\sqrt{2}$

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Distance between P(2, −3) and Q(10, y) is 10. Find y.
Solution (हल):
$64 + (y + 3)^2 = 100 \rightarrow (y + 3)^2 = 36$
Answer (उत्तर): y = 3 or −9

Exam tip: Squares remove negative signs, but subtract coordinates carefully.
परीक्षा सुझाव: वर्ग से ऋण चिह्न हट जाता है, पर घटाते समय सावधानी रखें।

Common mistake: Adding coordinates instead of subtracting.
सामान्य भूल: निर्देशांक घटाने की जगह जोड़ देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Units of the coordinate scale (cm, m, km).

F-32 Section Formula (विभाजन सूत्र (आंतरिक))

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

$$P = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

Where / जहाँ:

- P divides $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ internally in ratio $m_1 : m_2$

हिन्दी: यदि P, AB को $m_1 : m_2$ में आंतरिक रूप से बाँटे तो P के निर्देशांक ऊपर के सूत्र से मिलते हैं।
English: Gives the point dividing the segment AB internally in the ratio $m_1 : m_2$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Point dividing (4, −3) and (8, 5) in ratio 3 : 1.
Solution (हल):
x = (3×8 + 1×4)/4 = 7; y = (3×5 + 1×(−3))/4 = 3
Answer (उत्तर): (7, 3)

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Point dividing (−1, 7) and (4, −3) in ratio 2 : 3.
Solution (हल):
x = (8 − 3)/5 = 1; y = (−6 + 21)/5 = 3
Answer (उत्तर): (1, 3)

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. In what ratio does (−1, 6) divide A(−3, 10) and B(6, −8)?
Solution (हल):
Let ratio k : 1: y: (−8k + 10)/(k + 1) = 6 → −14k = −4 → k = 2/7
Answer (उत्तर): 2 : 7

Exam tip: m_1 multiplies the END point (x_2, y_2).
परीक्षा सुझाव: m_1 अंतिम बिंदु (x_2, y_2) से गुणा होता है।

Common mistake: Swapping m_1 and m_2.
सामान्य भूल: m_1 और m_2 की अदला-बदली।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Ratio has no unit.

F-33 Midpoint Formula (मध्य बिंदु सूत्र)

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Where / जहाँ:

- Special case of section formula, ratio 1 : 1

हिन्दी: दो बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य बिंदु निर्देशांकों का औसत होता है।
English: The midpoint is the average of the coordinates.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Midpoint of (2, 4) and (6, 8).
Solution (हल):
(8/2, 12/2)
Answer (उत्तर): (4, 6)

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Midpoint of (−3, 5) and (7, −1).
Solution (हल):
(4/2, 4/2)
Answer (उत्तर): (2, 2)

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Midpoint is (2, −3), one end (−2, 5). Find the other end.
Solution (हल):
(−2 + x)/2 = 2 → x = 6; (5 + y)/2 = −3 → y = −11
Answer (उत्तर): (6, −11)

Exam tip: Find the other end: 2 × midpoint − known end.
परीक्षा सुझाव: दूसरा सिरा = 2 × मध्य बिंदु − ज्ञात सिरा।

Common mistake: Dividing by 2 only one coordinate.
सामान्य भूल: केवल एक निर्देशांक को 2 से भाग देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Coordinate units.

F-34 Supplementary / अतिरिक्त

Centroid of a Triangle (supplementary) (त्रिभुज का केंद्रक (अतिरिक्त))

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

Where / जहाँ:

- Vertices (x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3)

हिन्दी: तीनों शीर्षों के निर्देशांकों का औसत केंद्रक देता है। (कुछ पाठ्यपुस्तकों में वैकल्पिक/अभ्यास)
English: Average of the vertex coordinates gives the centroid. (Optional in some textbooks.)

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Centroid of (1, 2), (3, 4), (5, 6).
Solution (हल):
(9/3, 12/3)
Answer (उत्तर): (3, 4)

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Centroid of (0, 0), (6, 0), (0, 9).
Solution (हल):
(6/3, 9/3)
Answer (उत्तर): (2, 3)

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Centroid is (2, 3); two vertices (1, 1), (4, 2). Third vertex?
Solution (हल):
x = 6 − 5 = 1; y = 9 − 3 = 6
Answer (उत्तर): (1, 6)

Exam tip: Centroid divides each median 2 : 1.
परीक्षा सुझाव: केंद्रक प्रत्येक माध्यिका को 2 : 1 में बाँटता है।

Common mistake: Dividing by 2 instead of 3.
सामान्य भूल: 3 की जगह 2 से भाग देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Coordinate units.

F-35 Area of a Triangle (त्रिभुज का क्षेत्रफल)

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

$$\text{Area} = \tfrac{1}{2} \left| x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right|$$

Where / जहाँ:

- Vertices $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$
- $|\ |$ = absolute value (मापांक)

हिन्दी: तीन शीर्षों के निर्देशांक से त्रिभुज का क्षेत्रफल सीधे निकलता है; उत्तर हमेशा धनात्मक होता है।
English: Area from vertex coordinates; the answer is always taken positive.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Area of (0, 0), (4, 0), (0, 3).
Solution (हल):
$\tfrac{1}{2}|0 + 4(3 - 0) + 0| = \tfrac{1}{2} \times 12$
Answer (उत्तर): 6 sq. units

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Area of (1, −1), (−4, 6), (−3, −5).
Solution (हल):
$\tfrac{1}{2}|1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (-3)(-1 - 6)| = \tfrac{1}{2}|11 + 16 + 21|$
Answer (उत्तर): 24 sq. units

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Area of (2, 3), (−1, 0), (2, −4).
Solution (हल):
$\tfrac{1}{2}|2(0 + 4) + (-1)(-4 - 3) + 2(3 - 0)| = \tfrac{1}{2}|8 + 7 + 6|$
Answer (उत्तर): 10.5 sq. units

Exam tip: Keep the vertex order consistent; take modulus at the end.
परीक्षा सुझाव: शीर्ष क्रम सही रखें; अंत में मापांक लें।

Common mistake: Leaving the answer negative.
सामान्य भूल: उत्तर ऋणात्मक छोड़ देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Square units.

F-36 Collinearity Condition (संरेखता प्रतिबंध)

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

$$\text{Three points are collinear} \Leftrightarrow \text{Area of triangle} = 0$$

Where / जहाँ:

- Use the area formula

हिन्दी: तीन बिंदु एक सरल रेखा में हों तो उनसे बने त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होता है।
English: Three points lie on a line if the triangle formed has zero area.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Are (1, 5), (2, 3), (−2, −11) collinear?
Solution (हल):
$1(3 + 11) + 2(-11 - 5) + (-2)(5 - 3) = 14 - 32 - 4 = -22 \neq 0$
Answer (उत्तर): Not collinear

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Are (2, 3), (4, 5), (6, 7) collinear?
Solution (हल):
$2(5 - 7) + 4(7 - 3) + 6(3 - 5) = -4 + 16 - 12 = 0$
Answer (उत्तर): Collinear

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Find k so that (7, −2), (5, 1), (3, k) are collinear.
Solution (हल):
$7(1 - k) + 5(k + 2) + 3(-2 - 1) = 8 - 2k = 0$
Answer (उत्तर): k = 4

Exam tip: Equate the bracket to 0 to find unknown k.
परीक्षा सुझाव: अज्ञात k के लिए कोष्ठक का मान 0 रखें।

Common mistake: Sign errors while expanding the brackets (e.g. $y_1 - y_3$ written as $y_3 - y_1$).
सामान्य भूल: कोष्ठक खोलते समय चिह्न की त्रुटियाँ (जैसे $y_1 - y_3$ की जगह $y_3 - y_1$)।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

08

Introduction to Trigonometry

त्रिकोणमिति का परिचय

F-37 Trigonometric Ratios (त्रिकोणमितीय अनुपात)

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)

$$\sin\theta = \frac{P}{H}, \cos\theta = \frac{B}{H}, \tan\theta = \frac{P}{B}, \operatorname{cosec}\theta = \frac{H}{P}, \sec\theta = \frac{H}{B}, \cot\theta = \frac{B}{P}$$

Where / जहाँ:

- P = perpendicular (लंब), B = base (आधार), H = hypotenuse (कर्ण), θ acute angle

हिन्दी: समकोण त्रिभुज में कोण θ के सापेक्ष लंब, आधार और कर्ण के अनुपात त्रिकोणमितीय अनुपात कहलाते हैं।
English: Ratios of the sides of a right triangle with respect to an acute angle θ.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Right triangle 3, 4, 5; θ opposite side 3.
Solution (हल):
sin = 3/5, cos = 4/5, tan = 3/4
Answer (उत्तर): 3/5, 4/5, 3/4

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. tan θ = 3/4. Find sin θ and sec θ.
Solution (हल):
P = 3, B = 4 → H = 5
Answer (उत्तर): sin θ = 3/5, sec θ = 5/4

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. 15 cot A = 8. Find sin A and sec A.
Solution (हल):
cot A = 8/15: B = 8, P = 15, H = 17
Answer (उत्तर): sin A = 15/17, sec A = 17/8

Exam tip: Always mark P, B, H with respect to the given angle.
परीक्षा सुझाव: दिए गए कोण के सापेक्ष P, B, H चिह्नित करें।

Common mistake: Taking the same side as perpendicular for both angles.
सामान्य भूल: दोनों कोणों के लिए एक ही भुजा को लंब मान लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Ratios are pure numbers.

F-38 Reciprocal & Quotient Identities (व्युत्क्रम एवं भागफल सर्वसमिकाएँ)

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}, \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}; \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

Where / जहाँ:

• θ acute angle

हिन्दी: ये सम्बन्ध सभी θ के लिए सत्य हैं जहाँ राशियाँ परिभाषित हों।

English: These relations hold for every θ where the quantities are defined.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. sin θ = 1/2. Find cosec θ.
Solution (हल):
1/(1/2)
Answer (उत्तर): 2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. sin θ = 3/5, cos θ = 4/5. Find tan θ.
Solution (हल):
(3/5)/(4/5)
Answer (उत्तर): 3/4

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. sec θ = 13/12. Find all other ratios.
Solution (हल):
cos = 12/13; sin = 5/13; tan = 5/12; cot = 12/5; cosec = 13/5
Answer (उत्तर): as listed

Exam tip: Convert everything to sin and cos in proofs.
परीक्षा सुझाव: प्रमाण में सब कुछ sin व cos में बदलें।

Common mistake: Writing $\sin^{-1}$ for 1/sin.
सामान्य भूल: 1/sin के लिए $\sin^{-1}$ लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-39 Pythagorean Trigonometric Identities (पाइथागोरस त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ)

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \; ; \; 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \; ; \; 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

Where / जहाँ:

• Valid for all acute θ

हिन्दी: ये तीन मूल सर्वसमिकाएँ प्रमाण तथा सरलीकरण में सबसे अधिक उपयोगी हैं।

English: These three identities are the workhorses of proofs and simplifications.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. sin θ = 3/5. Find cos θ (acute).
Solution (हल):
$\cos^2 = 1 - 9/25 = 16/25$
Answer (उत्तर): 4/5

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. $\tan\theta = 1$. Find $\sec^2\theta$.
Solution (हल):
1 + 1
Answer (उत्तर): 2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Prove $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A) = \cos A$.
Solution (हल):
LHS = $((1 + \sin A)/\cos A)(1 - \sin A) = (1 - \sin^2 A)/\cos A = \cos^2 A/\cos A$
Answer (उत्तर): = cos A = RHS

Exam tip: Start from the more complex side of the proof.
परीक्षा सुझाव: प्रमाण में जटिल पक्ष से शुरू करें।

Common mistake: Writing $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 2$.
सामान्य भूल: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 2$ लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-40 Complementary Angle Identities (पूरक कोण सर्वसमिकाएँ)

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)

$$\sin(90° - \theta) = \cos\theta \; ; \; \cos(90° - \theta) = \sin\theta \; ; \; \tan(90° - \theta) = \cot\theta \; ; \; \cot(90° - \theta) = \tan\theta \; ; \; \sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta \; ; \; \operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$$

Where / जहाँ:

- $\theta + (90° - \theta) = 90°$

हिन्दी: पूरक कोणों के लिए sin व cos, tan व cot, sec व cosec आपस में बदल जाते हैं।
English: For complementary angles the co-function swaps: sin↔cos, tan↔cot, sec↔cosec.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Write $\sin 60°$ in terms of cos.
Solution (हल):
$\sin 60° = \cos(90° - 60°)$
Answer (उत्तर): cos 30°

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Evaluate $\tan 26° / \cot 64°$.
Solution (हल):
$\cot 64° = \tan 26°$
Answer (उत्तर): 1

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Evaluate sin 25° cos 65° + cos 25° sin 65°.
Solution (हल):
cos 65° = sin 25°, sin 65° = cos 25° → $\sin^2 25° + \cos^2 25°$
Answer (उत्तर): 1

Exam tip: Convert angles above 45° into 90° − (small angle).
परीक्षा सुझाव: 45° से बड़े कोणों को 90° − (छोटा कोण) में बदलें।

Common mistake: Applying it to angles not summing to 90°.
सामान्य भूल: 90° न बनने वाले कोणों पर लगाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Angles in degrees.

F-41 Standard Angle Values (मानक कोणों के त्रिकोणमितीय मान)

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)

See Trigonometric Table in Part B

Where / जहाँ:

- θ = 0°, 30°, 45°, 60°, 90°

हिन्दी: 0°, 30°, 45°, 60°, 90° के मान कंठस्थ करें (तालिका भाग B में)।
English: Memorise the values for 0°, 30°, 45°, 60°, 90° (table in Part B).

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. 2 sin 30° + cos 60°.
Solution (हल):
2 × 1/2 + 1/2
Answer (उत्तर): 3/2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. $4(\sin^4 30° + \cos^4 60°) - 3(\cos^2 45° - \sin^2 90°)$.
Solution (हल):
4(1/16 + 1/16) − 3(1/2 − 1) = 1/2 + 3/2
Answer (उत्तर): 2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. sin(A − B) = 1/2, cos(A + B) = 1/2, 0 < A + B ≤ 90°, A > B. Find A, B.
Solution (हल):
A − B = 30°, A + B = 60°
Answer (उत्तर): A = 45°, B = 15°

Exam tip: sin 0°...90°: √0/2, √1/2, √2/2, √3/2, √4/2.
परीक्षा सुझाव: sin के मान: √0/2, √1/2, √2/2, √3/2, √4/2।

Common mistake: tan 90° and cot 0° are not defined.
सामान्य भूल: tan 90° तथा cot 0° परिभाषित नहीं हैं।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Angles in degrees.

09

Applications of Trigonometry

त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग

F-42 Heights & Distances (Basic) (ऊँचाई एवं दूरी (मूल सूत्र))

Chapter 9: Applications of Trigonometry (त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग)

$$\tan\theta = \frac{h}{d}\ ;\ \sin\theta = \frac{h}{l}\ ;\ \cos\theta = \frac{d}{l}$$

Where / जहाँ:

- h = height, d = horizontal distance, l = line of sight
- θ = angle of elevation (उन्नयन कोण)

हिन्दी: उन्नयन कोण वह कोण है जो दृष्टि-रेखा क्षैतिज के साथ ऊपर देखने पर बनाती है।
English: Angle of elevation is the angle the line of sight makes with the horizontal when looking up.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Pole's shadow equals its height. Elevation of Sun?
Solution (हल):
$\tan\theta = h/h = 1$
Answer (उत्तर): 45°

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. 30 m tower; Sun's elevation 30°. Shadow length? (√3 = 1.73)
Solution (हल):
$\tan 30° = 30/d \rightarrow d = 30\sqrt{3} = 30 \times 1.73$
Answer (उत्तर): ≈ 51.9 m

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. From a point 20 m from a tower's foot, elevation of top is 60°. Height? (√3 = 1.73)
Solution (हल):
$\tan 60° = h/20 \rightarrow h = 20\sqrt{3}$
Answer (उत्तर): ≈ 34.6 m

Exam tip: Draw a neat figure and mark all given values first.
परीक्षा सुझाव: पहले साफ़ आकृति बनाकर सभी मान अंकित करें।

Common mistake: Treating observer's eye-height as zero when it is given.
सामान्य भूल: दर्शक की ऊँचाई दी हो तो उसे अनदेखा करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Metres; angles in degrees.

F-43 Angle of Depression (अवनमन कोण)

Chapter 9: Applications of Trigonometry (त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग)

$$\tan\theta = \frac{h}{d} \Rightarrow d = h\cot\theta\ (\theta \text{ measured from the horizontal at the top})$$

Where / जहाँ:

• Angle of depression = angle of elevation from the object (alternate angles)

हिन्दी: ऊपर से नीचे वस्तु को देखने पर दृष्टि-रेखा और क्षैतिज के बीच का कोण अवनमन कोण है; यह उसी वस्तु से बने उन्नयन कोण के बराबर होता है।

English: Looking down, the angle between line of sight and horizontal is the angle of depression; it equals the elevation seen from the object.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. From top of a 50 m tower, depression of a car is 45°. Distance?
Solution (हल):
$d = 50 \cot 45°$
Answer (उत्तर): 50 m

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. 60 m tower, depression 30°. Distance of car? (√3 = 1.73)
Solution (हल):
$d = 60 \cot 30° = 60\sqrt{3}$
Answer (उत्तर): ≈ 103.8 m

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. From a 75 m lighthouse, depressions of two ships on the same side are 30° and 45°. Distance between ships? (√3 = 1.73)
Solution (हल):
$d_1 = 75 \cot 30° = 75\sqrt{3}$; $d_2 = 75$
Gap $= 75(\sqrt{3} - 1) = 75 \times 0.73$
Answer (उत्तर): ≈ 54.75 m

Exam tip: Depression angle is measured from the HORIZONTAL, not from the tower.
परीक्षा सुझाव: अवनमन कोण क्षैतिज से मापा जाता है, मीनार से नहीं।

Common mistake: Using the depression angle at the wrong vertex.
सामान्य भूल: अवनमन कोण को गलत शीर्ष पर रखना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Metres; degrees.

F-44 Two Observation Points (दो प्रेक्षण स्थितियाँ)

Chapter 9: Applications of Trigonometry (त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग)

$$h = \frac{d}{\cot \beta - \cot \alpha}$$ (α at nearer point, β at farther point, d = distance between points)

Where / जहाँ:

• $\alpha > \beta$ are the two elevation angles

हिन्दी: एक ही सरल रेखा के दो बिंदुओं से मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण लिया जाए तो ऊँचाई उपर्युक्त सूत्र से मिलती है।

English: When the top is sighted from two collinear points, this formula gives the height.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Points 20 m apart, elevations 60° (near) and 30° (far). Height? (√3 = 1.73)
Solution (हल):
h = 20/(√3 − 1/√3) = 20/(2/√3) = 10√3
Answer (उत्तर): ≈ 17.3 m

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Points 10 m apart, elevations 45° and 30°. Height? (√3 = 1.73)
Solution (हल):
h = 10/(√3 − 1) = 5(√3 + 1) = 5 × 2.73
Answer (उत्तर): ≈ 13.65 m

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Points 4 m and 9 m from the base on a line, angles complementary. Height?
Solution (हल):
$h^2 = 4 \times 9 = 36$
Answer (उत्तर): 6 m

Exam tip: Form two equations in tan, eliminate d from the base.
परीक्षा सुझाव: दो समीकरण बनाकर आधार दूरी हटाएँ।

Common mistake: Mixing up near and far angles.
सामान्य भूल: निकट व दूर के कोण उलट देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Metres.

10

Circles

वृत्त

F-45 Tangent ⊥ Radius (स्पर्श रेखा ⊥ त्रिज्या)

Chapter 10: Circles (वृत्त)

$$OT \perp PT \Rightarrow OP^2 = OT^2 + PT^2$$

Where / जहाँ:

- O = centre, T = point of contact, P = external point
- PT = tangent length

हिन्दी: वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।
English: A tangent is perpendicular to the radius through the point of contact.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 5, OP = 13. Find PT.
Solution (हल):
√(169 − 25)
Answer (उत्तर): 12

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. r = 7, OP = 25. Find PT.
Solution (हल):
√(625 − 49) = √576
Answer (उत्तर): 24

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Concentric circles radii 5 and 3. Chord of larger touching smaller. Length?
Solution (हल):
Half-chord = √(25 − 9) = 4
Answer (उत्तर): 8

Exam tip: Join the centre to the point of contact first.
परीक्षा सुझाव: पहले केंद्र को स्पर्श बिंदु से मिलाएँ।

Common mistake: Using OP as a leg instead of hypotenuse.
सामान्य भूल: OP को कर्ण की जगह भुजा मान लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Same unit (cm).

F-46 Tangents from an External Point (बाह्य बिंदु से स्पर्श रेखाएँ)

Chapter 10: Circles (वृत्त)

$$PA = PB\ ;\ \angle APB + \angle AOB = 180^\circ\ ;\ 2 \text{ tangents from external point}$$

Where / जहाँ:

- A, B = contact points
- Tangents: 2 from outside, 1 on the circle, 0 inside

हिन्दी: बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं तथा केंद्र पर बना कोण और बाह्य बिंदु पर बना कोण संपूरक होते हैं। परिगत चतुर्भुज में AB + CD = AD + BC।
English: Tangents from an external point are equal and subtend supplementary angle with the centre. In a quadrilateral circumscribing a circle, AB + CD = AD + BC.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. PA = 7 cm. Find PB.
Solution (हल):
Equal tangents
Answer (उत्तर): 7 cm

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. ∠AOB = 110°. Find ∠APB.
Solution (हल):
180° − 110°
Answer (उत्तर): 70°

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. ABCD circumscribes a circle: AB = 6, CD = 4, AD = 5. Find BC.
Solution (हल):
AB + CD = AD + BC → 10 = 5 + BC
Answer (उत्तर): BC = 5

Exam tip: OA ⊥ PA and OB ⊥ PB give quadrilateral OAPB with two right angles.
परीक्षा सुझाव: OAPB में दो कोण 90° होते हैं।

Common mistake: Saying 2 tangents can be drawn from a point on the circle (only 1).
सामान्य भूल: वृत्त पर स्थित बिंदु से 2 स्पर्श रेखाएँ बताना (केवल 1)।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm; degrees.

11

Areas Related to Circles

वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

F-47 Circumference & Area of Circle (वृत्त की परिधि एवं क्षेत्रफल)

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)

$$C = 2\pi r \; ; \; A = \pi r^2 \; (\pi = \frac{22}{7})$$

Where / जहाँ:

- r = radius (त्रिज्या), d = 2r diameter

हिन्दी: वृत्त की परिधि $2\pi r$ तथा क्षेत्रफल πr^2 है।

English: Circumference = $2\pi r$ and area = πr^2.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)

Q. r = 7 cm. Find C and A.

Solution (हल):

C = 2 × 22/7 × 7 = 44; A = 22/7 × 49 = 154

Answer (उत्तर): C = 44 cm, A = 154 cm²

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)

Q. Wheel diameter 70 cm. Distance in 100 revolutions?

Solution (हल):

C = π × 70 = 220 cm; 220 × 100 = 22000 cm

Answer (उत्तर): 220 m

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)

Q. Circular park area 1386 m². Fencing cost at ₹10 per m?

Solution (हल):

$\pi r^2 = 1386 \rightarrow r = 21$; C = 132 m; cost = 1320

Answer (उत्तर): ₹1320

Exam tip: Use π = 22/7 when r is a multiple of 7; otherwise 3.14.
परीक्षा सुझाव: r 7 का गुणज हो तो π = 22/7, अन्यथा 3.14।

Common mistake: Using diameter in place of radius.
सामान्य भूल: त्रिज्या की जगह व्यास रख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Length: cm, m; Area: cm^2, m^2.

F-48 Ring / Circular Path (वृत्ताकार पथ (वलय))

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)

$$\text{Area of ring} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R + r)(R - r)$$

Where / जहाँ:

- R = outer radius, r = inner radius

हिन्दी: दो संकेंद्री वृत्तों के बीच का क्षेत्रफल वलय का क्षेत्रफल है।

English: The area between two concentric circles.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. R = 14, r = 7.
Solution (हल):
22/7 (196 − 49) = 22/7 × 147
Answer (उत्तर): 462 cm²

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Path 3.5 m wide around circular park of radius 14 m.
Solution (हल):
R = 17.5; 22/7 (306.25 − 196) = 22/7 × 110.25
Answer (उत्तर): 346.5 m²

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Park diameter 28 m; path 7 m wide outside. Area of path?
Solution (हल):
r = 14, R = 21: 22/7 (441 − 196) = 22/7 × 245
Answer (उत्तर): 770 m²

Exam tip: R = r + width of path.
परीक्षा सुझाव: R = r + पथ की चौड़ाई।

Common mistake: Writing π(R − r)².
सामान्य भूल: π(R − r)² लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: m², cm².

F-49 Sector Area & Arc Length (त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल एवं चाप की लंबाई)

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)

$$l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r \; ; \; A = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \; ; \; A = \tfrac{1}{2} l r$$

Where / जहाँ:

- θ = central angle in degrees
- l = arc length (चाप)

हिन्दी: केंद्र पर θ कोण बनाने वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल पूरे वृत्त का θ/360 वाँ भाग होता है।
English: A sector with central angle θ is θ/360 of the full circle.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 7, θ = 90°. Find l and A.
Solution (हल):
l = ¼ × 44 = 11; A = ¼ × 154
Answer (उत्तर): l = 11 cm, A = 38.5 cm²

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. r = 21, θ = 60°.
Solution (हल):
l = 132/6 = 22; A = 1386/6
Answer (उत्तर): l = 22 cm, A = 231 cm²

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Minute hand 21 cm long. Area swept in 20 minutes?
Solution (हल):
20 min = 120°: A = 1/3 × 1386
Answer (उत्तर): 462 cm²

Exam tip: Minute hand moves 6° per minute; hour hand 0.5° per minute.
परीक्षा सुझाव: मिनट की सुई 6°/मिनट, घंटे की सुई 0.5°/मिनट चलती है।

Common mistake: Using θ/180 instead of θ/360.
सामान्य भूल: θ/360 की जगह θ/180 लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm, cm^2.

F-50 Area of Segment (वृत्तखंड का क्षेत्रफल)

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)

$$\text{Segment} = \text{Sector} - \text{Triangle} = \frac{\theta}{360}\pi r^2 - \tfrac{1}{2} r^2 \sin\theta$$

Where / जहाँ:

- Minor segment cut by a chord subtending θ at the centre

हिन्दी: जीवा द्वारा कटे लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल − त्रिभुज का क्षेत्रफल।
English: Minor segment = area of sector minus area of the triangle formed by the radii and chord.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 10 cm, θ = 90° (π = 3.14).
Solution (हल):
Sector = 78.5; Triangle = ½ × 100 = 50
Answer (उत्तर): 28.5 cm²

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. r = 10 cm, θ = 60° (π = 3.14, √3 = 1.73).
Solution (हल):
Sector = 52.33; equilateral = (√3/4) × 100 = 43.25
Answer (उत्तर): 9.08 cm²

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. r = 12 cm, θ = 120° (π = 3.14, √3 = 1.73).
Solution (हल):
Sector = 150.72; Triangle = ½ × 144 × sin120° = 36√3 = 62.28
Answer (उत्तर): 88.44 cm²

Exam tip: For 90° the triangle is ½r²; for 60° it is (√3/4)r²; for 120° it is ¼√3 r².
परीक्षा सुझाव: 90° में ½r²; 60° में (√3/4)r²; 120° में (√3/4)r²।

Common mistake: Adding triangle to sector.
सामान्य भूल: त्रिभुज को त्रिज्यखंड में जोड़ देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm^2.

F-51 Composite Figures (मिश्रित आकृतियाँ: परिमाप एवं क्षेत्रफल)

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)

Semicircle: $P = \pi r + 2r$, $A = \frac{1}{2}\pi r^2$; Quadrant: $P = \frac{1}{2}\pi r + 2r$, $A = \frac{1}{4}\pi r^2$

Where / जहाँ:

- Add or subtract areas of simple shapes

हिन्दी: जटिल आकृति को सरल आकृतियों में तोड़कर क्षेत्रफल जोड़ें या घटाएँ।
English: Break a complex figure into simple shapes; add or subtract their areas.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Semicircle r = 7: perimeter and area.
Solution (हल):
P = 22 + 14 = 36; A = ½ × 154
Answer (उत्तर): P = 36 cm, A = 77 cm²

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Quadrant r = 14: area and perimeter.
Solution (हल):
A = ¼ × 22/7 × 196 = 154; arc = 22; P = 22 + 28
Answer (उत्तर): A = 154 cm², P = 50 cm

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Square of side 14 cm with its inscribed circle. Area of the remaining part?
Solution (हल):
Circle r = 7: 154; square 196
Answer (उत्तर): 42 cm²

Exam tip: Perimeter of semicircle includes the diameter.
परीक्षा सुझाव: अर्धवृत्त के परिमाप में व्यास भी जुड़ता है।

Common mistake: Forgetting the straight edge in perimeter.
सामान्य भूल: परिमाप में सीधी भुजा भूल जाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm, cm^2.

12

Surface Areas and Volumes

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

F-52 Cuboid & Cube (घनाभ एवं घन)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$\text{Cuboid: } V = lbh,\ TSA = 2(lb + bh + hl),\ LSA = 2h(l + b),\ \text{diagonal} = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$
$$\text{Cube: } V = a^3,\ TSA = 6a^2,\ LSA = 4a^2,\ \text{diagonal} = a\sqrt{3}$$

Where / जहाँ:

- l, b, h = length, breadth, height
- a = edge of cube

हिन्दी: घनाभ व घन के आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल के मूल सूत्र।

English: Basic volume and surface-area formulas of a cuboid and a cube.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Cuboid 5 × 4 × 3 cm: V and TSA.
Solution (हल):
V = 60; TSA = 2(20 + 12 + 15)
Answer (उत्तर): V = 60 cm³, TSA = 94 cm²

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Cube of side 6 cm: V, TSA, diagonal.
Solution (हल):
V = 216; TSA = 6 × 36 = 216; diagonal = 6√3
Answer (उत्तर): 216 cm³, 216 cm², 6√3 cm

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Hall 10 m × 8 m × 4 m: cost of painting four walls at ₹5 per m².
Solution (हल):
LSA = 2 × 4 × 18 = 144 m²; cost = 144 × 5
Answer (उत्तर): ₹720

Exam tip: Walls = LSA (no floor/ceiling).
परीक्षा सुझाव: दीवारें = पार्श्व पृष्ठ (फर्श/छत नहीं)।

Common mistake: Using TSA when only walls are painted.
सामान्य भूल: केवल दीवार रंगने में TSA ले लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Volume: cm³, m³; Area: cm², m².

F-53 Cylinder (बेलन)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$CSA = 2\pi rh\ ;\ TSA = 2\pi r(r + h)\ ;\ V = \pi r^2 h$$

Where / जहाँ:

• r = radius, h = height

हिन्दी: बेलन का वक्र पृष्ठ, कुल पृष्ठ व आयतन के सूत्र।

English: Curved surface area, total surface area and volume of a cylinder.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 7, h = 10: CSA and V (π = 22/7).
Solution (हल):
CSA = 2 × 22/7 × 7 × 10 = 440; V = 22/7 × 49 × 10 = 1540
Answer (उत्तर): CSA = 440 cm², V = 1540 cm³

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. TSA for r = 7, h = 10.
Solution (हल):
2 × 22/7 × 7 × 17
Answer (उत्तर): 748 cm²

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Cylindrical tank r = 7 m, h = 5 m. Capacity in litres?
Solution (हल):
V = 22/7 × 49 × 5 = 770 m^3 = 770 × 1000 L
Answer (उत्तर): 7,70,000 L

Exam tip: 1 m^3 = 1000 litres.
परीक्षा सुझाव: 1 m^3 = 1000 लीटर।

Common mistake: Forgetting r^2 in volume.
सामान्य भूल: आयतन में r^2 भूल जाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm^3, m^3, litres.

F-54 Cone (शंकु)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}\ ;\ CSA = \pi r l\ ;\ TSA = \pi r(r + l)\ ;\ V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Where / जहाँ:

• l = slant height (तिर्यक ऊँचाई), h = vertical height

हिन्दी: शंकु का वक्र पृष्ठ, कुल पृष्ठ व आयतन; $l = \sqrt{(r^2 + h^2)}$।

English: Curved/total surface area and volume of a cone; $l = \sqrt{(r^2 + h^2)}$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 3, h = 4: l, CSA, V.
Solution (हल):
l = 5; CSA = π × 3 × 5; V = ⅓π × 9 × 4
Answer (उत्तर): l = 5 cm, CSA = 15π cm², V = 12π cm³

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. r = 7, h = 24: CSA and V (π = 22/7).
Solution (हल):
l = 25; CSA = 22/7 × 7 × 25 = 550; V = ⅓ × 22/7 × 49 × 24 = 1232
Answer (उत्तर): CSA = 550 cm², V = 1232 cm³

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Conical tent r = 7 m, h = 24 m. Cost of canvas at ₹70 per m².
Solution (हल):
CSA = 550 m²; cost = 550 × 70
Answer (उत्तर): ₹38,500

Exam tip: Find l first with Pythagoras; use h only for volume.
परीक्षा सुझाव: पहले l निकालें; h का प्रयोग केवल आयतन में।

Common mistake: Using h in CSA.
सामान्य भूल: CSA में h का प्रयोग।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm, cm², cm³.

F-55 Sphere (गोला)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$\text{Surface area} = 4\pi r^2 \; ; \; V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Where / जहाँ:

- r = radius

हिन्दी: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $4\pi r^2$ और आयतन $(4/3)\pi r^3$ है।
English: Surface area $4\pi r^2$ and volume $(4/3)\pi r^3$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 7 (π = 22/7): surface area and V.
Solution (हल):
4 × 22/7 × 49 = 616; V = 4/3 × 22/7 × 343
Answer (उत्तर): 616 cm², 1437.33 cm³

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. r = 3: express in π.
Solution (हल):
SA = 36π; V = 4/3 × π × 27 = 36π
Answer (उत्तर): SA = 36π, V = 36π

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Surface area is 154 cm². Find r and V.
Solution (हल):
$4\pi r^2 = 154 \rightarrow r^2 = 12.25 \rightarrow r = 3.5$; $V = 4/3 \times 22/7 \times 42.875$
Answer (उत्तर): r = 3.5 cm; V = 179.67 cm³

Exam tip: Volume has r^3, area has r^2.
परीक्षा सुझाव: आयतन में r^3, क्षेत्रफल में r^2।

Common mistake: Using $4/3\ \pi r^2$ for volume.
सामान्य भूल: आयतन में r^2 लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm^2, cm^3.

F-56 Hemisphere (अर्धगोला)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$CSA = 2\pi r^2\ ;\ TSA = 3\pi r^2\ ;\ V = \frac{2}{3}\pi r^3$$

Where / जहाँ:

- r = radius

हिन्दी: अर्धगोले का वक्र पृष्ठ $2\pi r^2$, कुल पृष्ठ $3\pi r^2$ (आधार सहित) और आयतन $(2/3)\pi r^3$ है।
English: CSA $2\pi r^2$, TSA $3\pi r^2$ (with the flat base), volume $(2/3)\pi r^3$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. r = 7: CSA, TSA, V.
Solution (हल):
CSA = 308; TSA = 462; $V = 2/3 \times 22/7 \times 343$
Answer (उत्तर): 308, 462 cm², 718.67 cm³

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. r = 3.5: CSA and TSA.
Solution (हल):
$CSA = 2 \times 22/7 \times 12.25 = 77$; TSA = 115.5
Answer (उत्तर): 77 cm², 115.5 cm²

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Hemispherical bowl diameter 10.5 cm. Cost of tin-plating inside at ₹16 per 100 cm²?
Solution (हल):
r = 5.25: $CSA = 2 \times 22/7 \times 27.5625 = 173.25$; cost = $173.25 \times 16/100$
Answer (उत्तर): ₹27.72

Exam tip: Bowl: inner CSA only; closed solid: TSA.
परीक्षा सुझाव: कटोरी: केवल वक्र पृष्ठ; ठोस: कुल पृष्ठ।

Common mistake: Using $4\pi r^2$ for hemisphere CSA.
सामान्य भूल: अर्धगोले में $4\pi r^2$ ले लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm^2, cm^3.

F-57 Combination of Solids (ठोसों का संयोजन)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

Total volume = sum of volumes ; Total surface area = sum of exposed curved surfaces

Where / जहाँ:

- Do NOT add hidden (joined) faces

हिन्दी: दो या अधिक ठोसों को जोड़ने पर जुड़े हुए तल पृष्ठ क्षेत्रफल में नहीं गिने जाते।
English: When solids are joined, the faces in contact are not counted in surface area.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Capsule: cylinder with hemispherical ends, diameter 5 mm, total length 14 mm. Surface area?
Solution (हल):
r = 2.5; cylinder length = 14 − 5 = 9: $2\pi(2.5)(9) + 4\pi(2.5)^2 = 141.43 + 78.57$
Answer (उत्तर): 220 mm^2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Toy: cone on hemisphere, r = 3.5 cm, total height 15.5 cm. Surface area?
Solution (हल):
Cone height = 12; $l = \sqrt{(144 + 12.25)} = 12.5$; $\pi rl = 137.5$; $2\pi r^2 = 77$
Answer (उत्तर): 214.5 cm^2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Volume of the same toy.
Solution (हल):
$\frac{1}{3}\pi(12.25)(12) = 154$; $\frac{2}{3}\pi(42.875) = 89.83$
Answer (उत्तर): 243.83 cm^3

Exam tip: Total height = cone/cylinder height + radius of hemisphere.
परीक्षा सुझाव: कुल ऊँचाई = शंकु/बेलन की ऊँचाई + अर्धगोले की त्रिज्या।

Common mistake: Counting the joined base twice.
सामान्य भूल: जुड़े हुए आधार को दो बार गिनना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: mm^2, cm^2, cm^3.

F-58 Conversion of Solids (ठोस का रूपांतरण (पिघलाना))

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$\text{Volume of old solid(s)} = \text{Volume of new solid(s)}$$

Where / जहाँ:

- n = number of small solids = V_big ÷ V_small

हिन्दी: आकार बदलने पर आयतन अपरिवर्तित रहता है।

English: Volume stays the same when a solid is melted and recast.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)

Q. A sphere of r = 3 cm is recast into a cylinder of r = 3 cm. Height?

Solution (हल):

$36\pi = \pi \times 9 \times h$

Answer (उत्तर): h = 4 cm

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)

Q. A sphere of r = 6 cm is recast into small spheres of r = 1 cm. How many?

Solution (हल):

$n = (6/1)^3$

Answer (उत्तर): 216

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)

Q. Cylinder r = 3 cm, h = 12 cm is melted into coins r = 1.5 cm, thickness 0.2 cm. How many?

Solution (हल):

$n = (9 \times 12)/(2.25 \times 0.2) = 108/0.45$

Answer (उत्तर): 240

Exam tip: Cancel π on both sides before calculating.
परीक्षा सुझाव: दोनों ओर से π काट दें।

Common mistake: Equating surface areas instead of volumes.
सामान्य भूल: आयतन की जगह पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर रखना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Same unit on both sides.

F-59 Supplementary / अतिरिक्त Frustum of a Cone (supplementary — check inclusion) (शंकु का छिन्नक (अतिरिक्त / समावेश जाँचें))

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}\ ;\ V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)\ ;\ CSA = \pi(R + r)l\ ;\ TSA = \pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$$

Where / जहाँ:

- R, r = radii of ends
- h = height, l = slant height

हिन्दी: यह विषय हाल के कुछ पाठ्यक्रमों में युक्तिसंगत/हटाया गया है; BSEB की अधिसूचित सूची से पुष्टि करें।

English: This topic is dropped in some recent rationalised syllabi; confirm against the notified BSEB syllabus.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. h = 16, R = 20, r = 8. Find l and CSA.
Solution (हल):
l = √(256 + 144) = 20; CSA = π × 28 × 20 = 560π
Answer (उत्तर): l = 20, CSA = 1760 (π = 22/7)

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. h = 4, R = 5, r = 2. Find l and CSA.
Solution (हल):
l = √(16 + 9) = 5; CSA = π × 7 × 5
Answer (उत्तर): l = 5, CSA = 35π

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Volume for h = 4, R = 5, r = 2.
Solution (हल):
V = π × 4/3 × (25 + 4 + 10)
Answer (उत्तर): V = 52π

Exam tip: l comes from the right triangle with legs h and (R − r).
परीक्षा सुझाव: l समकोण त्रिभुज (h, R − r) से मिलता है।

Common mistake: Using (R + r) in l.
सामान्य भूल: l में (R + r) लगाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: cm, cm^2, cm^3.

F-60 Capacity & Unit Conversion (धारिता एवं मात्रक रूपांतरण)

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

$$1\ m^3 = 1000\ L\ ;\ 1\ L = 1000\ cm^3\ ;\ 1\ cm^3 = 1\ mL\ ;\ 1\ m = 100\ cm\ ;\ 1\ m^2 = 10^4\ cm^2$$

Where / जहाँ:

- L = litre, mL = millilitre

हिन्दी: आयतन को लीटर में बदलने के लिए $cm^3 \div 1000$ या $m^3 \times 1000$ करें।
English: Convert volume to litres using $cm^3 \div 1000$ or $m^3 \times 1000$.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Tank 2 m × 1.5 m × 1 m. Capacity?
Solution (हल):
$V = 3\ m^3$
Answer (उत्तर): 3000 L

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Cylinder r = 7 cm, h = 10 cm. Capacity in litres?
Solution (हल):
$V = 1540\ cm^3 \div 1000$
Answer (उत्तर): 1.54 L

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. A tank holds 6000 L. A pump fills 50 L per minute. Time to fill?
Solution (हल):
$6000 \div 50$
Answer (उत्तर): 120 min (2 hours)

Exam tip: Convert all lengths to the same unit BEFORE computing.
परीक्षा सुझाव: गणना से पहले सभी लंबाइयाँ एक ही मात्रक में बदलें।

Common mistake: Converting area/volume with the linear factor only.
सामान्य भूल: क्षेत्रफल/आयतन को केवल रैखिक गुणक से बदलना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: As above.

13

Statistics

सांख्यिकी

F-61 Class Mark & Mean (Direct Method) (वर्ग-चिह्न एवं माध्य (प्रत्यक्ष विधि))

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

$$x_i = \frac{\text{upper} + \text{lower}}{2} \; ; \; \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

Where / जहाँ:

- x_i = class mark (वर्ग चिह्न)
- f_i = frequency (बारंबारता)

हिन्दी: वर्ग चिह्न वर्ग की ऊपरी व निचली सीमा का औसत है; माध्य = Σfx / Σf।
English: The class mark is the midpoint of a class; mean = Σfx / Σf.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. x: 10, 20, 30 with f: 2, 3, 5. Mean?
Solution (हल):
Σfx = 20 + 60 + 150 = 230; Σf = 10
Answer (उत्तर): 23

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Classes 0–10, 10–20, 20–30, 30–40 with f = 4, 6, 8, 2.
Solution (हल):
x = 5, 15, 25, 35; Σfx = 20 + 90 + 200 + 70 = 380; Σf = 20
Answer (उत्तर): 19

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Classes 0–10 ... 30–40 with f = 2, x, 6, 2; mean 20. Find x.
Solution (हल):
Σfx = 230 + 15x; Σf = 10 + x; 230 + 15x = 200 + 20x
Answer (उत्तर): x = 6

Exam tip: Compute class marks first; show Σfx and Σf in a table.
परीक्षा सुझाव: पहले वर्ग चिह्न निकालें; तालिका में Σfx व Σf दिखाएँ।

Common mistake: Using class limits instead of class marks.
सामान्य भूल: वर्ग चिह्न की जगह वर्ग सीमा लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Unit of data (marks, kg, ₹).

F-62 Assumed Mean Method (कल्पित माध्य विधि)

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

$$\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \; , \; d_i = x_i - a$$

Where / जहाँ:

- a = assumed mean (कल्पित माध्य)

• d = deviation

हिन्दी: किसी मध्य वर्ग-चिह्न को a मानकर विचलन d = x − a लेते हैं।
English: Pick a central class mark as a and use deviations d = x − a.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Data 5,15,25,35 with f = 4,6,8,2; a = 25.
Solution (हल):
d = −20, −10, 0, 10; Σfd = −120; 25 − 120/20
Answer (उत्तर): 19

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. x: 10,20,30,40,50; f: 7,8,12,13,10; a = 30.
Solution (हल):
Σfd = −140 − 80 + 0 + 130 + 200 = 110; Σf = 50; 30 + 110/50
Answer (उत्तर): 32.2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. x: 10,30,50,70,90; f: 4,5,6,3,2; a = 50.
Solution (हल):
Σfd = −160 − 100 + 0 + 60 + 80 = −120; Σf = 20; 50 − 6
Answer (उत्तर): 44

Exam tip: Choose a near the class with the highest frequency.
परीक्षा सुझाव: सबसे अधिक बारंबारता वाले वर्ग के निकट a चुनें।

Common mistake: Writing $\bar{x} = a - \Sigma fd/\Sigma f$.
सामान्य भूल: चिह्न ग़लत लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Same as data unit.

F-63 Step-Deviation Method (पद-विचलन विधि)

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

$$\bar{x} = a + h \times \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}, \; u_i = \frac{x_i - a}{h}$$

Where / जहाँ:

• h = class width (वर्ग-माप)

हिन्दी: जब वर्ग-माप समान हो तब u = (x − a)/h लेकर गणना सरल हो जाती है।
English: With equal class widths, u = (x − a)/h simplifies the arithmetic.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Data 5,15,25,35; f = 4,6,8,2; a = 25, h = 10.
Solution (हल):
u = −2, −1, 0, 1; Σfu = −12; 25 + 10(−12/20)
Answer (उत्तर): 19

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. x: 10,30,50,70,90; f: 4,5,6,3,2; a = 50, h = 20.
Solution (हल):
u = −2..2; Σfu = −8 − 5 + 0 + 3 + 4 = −6; 50 + 20(−6/20)
Answer (उत्तर): 44

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. x: 110,130,150,170,190; f: 6,8,12,6,3; a = 150, h = 20.
Solution (हल):
Σfu = −12 − 8 + 0 + 6 + 6 = −8; Σf = 35; 150 + 20(−8/35)
Answer (उत्तर): ≈ 145.43

Exam tip: Don't forget to multiply by h at the end.
परीक्षा सुझाव: अंत में h से गुणा करना न भूलें।

Common mistake: Omitting h.
सामान्य भूल: h छोड़ देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Data unit.

F-64 Median of Grouped Data (माध्यिका (समूहित आँकड़े))

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

$$\text{Median} = l + \left(\frac{n/2 - cf}{f}\right) \times h$$

Where / जहाँ:

- l = lower limit of median class
- n = Σf, cf = cumulative frequency before median class
- f = frequency of median class, h = class size

हिन्दी: माध्यिका वर्ग वह है जिसमें संचयी बारंबारता पहली बार n/2 से अधिक या बराबर हो।
English: Median class is the first class whose cumulative frequency is ≥ n/2.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. f = 5,8,12,15,10 for 0–10 … 40–50.
Solution (हल):
n = 50, n/2 = 25; cf = 5,13,25,… median class 20–30: 20 + (25 − 13)/12 × 10
Answer (उत्तर): 30

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Classes 10–20 … 60–70, f = 4,8,10,12,10,6.
Solution (हल):
n = 50; cf = 4,12,22,34; class 40–50: 40 + (25 − 22)/12 × 10
Answer (उत्तर): 42.5

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Classes 0–20...80–100, f = 6,8,10,12,4.
Solution (हल):
n = 40; cf = 6,14,24; class 40–60: 40 + (20 − 14)/10 × 20
Answer (उत्तर): 52

Exam tip: Use cf of the class BEFORE the median class.
परीक्षा सुझाव: माध्यिका वर्ग से ठीक पहले की cf लें।

Common mistake: Using cf of the median class itself.
सामान्य भूल: माध्यिका वर्ग की अपनी cf ले लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Data unit.

F-65 Mode of Grouped Data (बहुलक (समूहित आँकड़े))

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

$$\text{Mode} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

Where / जहाँ:

- f_1 = modal class frequency
- f_0, f_2 = frequencies before / after

हिन्दी: सबसे अधिक बारंबारता वाला वर्ग बहुलक वर्ग कहलाता है।
English: The class with the highest frequency is the modal class.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. f = 5,8,12,15,10 for 0–10 ... 40–50.
Solution (हल):
Modal class 30–40: 30 + (15 − 12)/(30 − 12 − 10) × 10
Answer (उत्तर): 33.75

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. f = 4,8,10,12,10,6 for 10–20 ... 60–70.
Solution (हल):
Modal class 40–50: 40 + (12 − 10)/(24 − 20) × 10
Answer (उत्तर): 45

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. f = 6,8,10,12,4 for 0–20 ... 80–100.
Solution (हल):
Modal class 60–80: 60 + (12 − 10)/(24 − 10 − 4) × 20
Answer (उत्तर): 64

Exam tip: Ensure class intervals are continuous (inclusive series).
परीक्षा सुझाव: वर्ग-अंतराल सतत होने चाहिए।

Common mistake: Swapping f_0 and f_2.
सामान्य भूल: f_0 और f_2 उलट देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Data unit.

F-66 Empirical Relationship (माध्य, माध्यिका व बहुलक में सम्बन्ध)

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

$$\text{Mode} = 3 \times \text{Median} - 2 \times \text{Mean}$$

Where / जहाँ:

- Valid for moderately skewed data

हिन्दी: तीनों में से कोई दो ज्ञात हों तो तीसरा निकाला जा सकता है।
English: If any two are known, the third can be found.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Mean 10, Median 9. Mode?
Solution (हल):
27 − 20
Answer (उत्तर): 7

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Mode 7, Mean 10. Median?
Solution (हल):
3M = 7 + 20
Answer (उत्तर): 9

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Mean 53.1, Median 52. Mode?
Solution (हल):
156 − 106.2
Answer (उत्तर): 49.8

Exam tip: Memorise as 'Mode = 3 Median − 2 Mean'.
परीक्षा सुझाव: याद रखें: बहुलक = 3 माध्यिका − 2 माध्य।

Common mistake: Writing 2 Median − 3 Mean.
सामान्य भूल: गुणांक उलट देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Data unit.

F-67 Cumulative Frequency & Ogive (संचयी बारंबारता एवं तोरण (ओजाइव))

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

Less-than ogive: plot (upper limit, cf) ; More-than ogive: plot (lower limit, cf) ; Median = x at cf = n/2

Where / जहाँ:

- cf = cumulative frequency
- Intersection of both ogives gives the median

हिन्दी: कम-से-कम व अधिक-से-अधिक तोरण का कटान बिंदु माध्यिका देता है।
English: The two ogives intersect at the median.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Less-than cf for f = 5,8,12,15,10 (0–50).
Solution (हल):
Less than 10: 5; 20: 13; 30: 25; 40: 40; 50: 50
Answer (उत्तर): 5, 13, 25, 40, 50

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. More-than cf for the same data.
Solution (हल):
≥0: 50; ≥10: 45; ≥20: 37; ≥30: 25; ≥40: 10
Answer (उत्तर): 50, 45, 37, 25, 10

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Median from ogive for the same data.
Solution (हल):
cf = n/2 = 25 at x = 30
Answer (उत्तर): Median = 30

Exam tip: Use upper limits for 'less-than', lower limits for 'more-than'.
परीक्षा सुझाव: 'कम-से-कम' में ऊपरी सीमा, 'अधिक-से-अधिक' में निचली सीमा।

Common mistake: Plotting class marks.
सामान्य भूल: वर्ग चिह्न आलेखित करना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Data unit.

14

Probability

प्रायिकता

F-68 Theoretical Probability (सैद्धांतिक प्रायिकता)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{\text{Number of favourable outcomes}}{\text{Total number of equally likely outcomes}}$$

Where / जहाँ:

- E = event (घटना)
- $0 \le P(E) \le 1$

हिन्दी: समसंभावी परिणामों में अनुकूल परिणामों का अनुपात प्रायिकता है।

English: Ratio of favourable outcomes to all equally likely outcomes.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Probability of a head in one toss.
Solution (हल):
1/2
Answer (उत्तर): 1/2

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Probability of a prime number in one throw of a die.
Solution (हल):
Primes {2, 3, 5} → 3/6
Answer (उत्तर): 1/2

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Box: 5 red, 8 white, 4 green balls. P(red), P(white), P(not green).
Solution (हल):
Total 17: 5/17, 8/17, 13/17
Answer (उत्तर): 5/17, 8/17, 13/17

Exam tip: Write the sample space before counting.
परीक्षा सुझाव: गिनने से पहले प्रतिदर्श समष्टि लिखें।

Common mistake: Giving the answer as a ratio of unfavourable to favourable.
सामान्य भूल: अनुकूल की जगह प्रतिकूल का अनुपात लिख देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: Pure number between 0 and 1.

F-69 Complementary Event (पूरक घटना)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

$$P(E) + P(\text{not } E) = 1 \; ; \; P(\text{not } E) = 1 - P(E)$$

Where / जहाँ:

- not E = $\bar{E}$ (E नहीं)

हिन्दी: किसी घटना और उसकी पूरक घटना की प्रायिकताओं का योग 1 होता है।

English: The probabilities of an event and its complement add to 1.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. P(E) = 0.05. Find P(not E).
Solution (हल):
1 − 0.05
Answer (उत्तर): 0.95

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. P(rain) = 0.35. P(no rain)?
Solution (हल):
1 − 0.35
Answer (उत्तर): 0.65

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Drawing a card from a deck: P(not an ace).
Solution (हल):
1 − 4/52 = 48/52
Answer (उत्तर): 12/13

Exam tip: Use complement for 'at least one' type questions.
परीक्षा सुझाव: 'कम से कम एक' प्रश्नों में पूरक का प्रयोग करें।

Common mistake: Subtracting from 100 instead of 1.
सामान्य भूल: 1 की जगह 100 से घटाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-70 Impossible & Certain Events (असंभव एवं निश्चित घटना)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

$$P(\text{impossible}) = 0 \; ; \; P(\text{certain}) = 1 \; ; \; 0 \leq P(E) \leq 1$$

Where / जहाँ:

- A probability can never be negative or exceed 1

हिन्दी: असंभव घटना की प्रायिकता 0 तथा निश्चित घटना की प्रायिकता 1 होती है।
English: An impossible event has probability 0; a sure event has probability 1.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. P(getting 7 on a die).
Solution (हल):
No outcome
Answer (उत्तर): 0

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. P(number ≤ 6 on a die).
Solution (हल):
All 6 outcomes
Answer (उत्तर): 1

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Which can be probabilities: 2/3, −1.5, 15%, 0.7?
Solution (हल):
Between 0 and 1 only
Answer (उत्तर): 2/3, 15%, 0.7

Exam tip: Probability −ve or > 1 means a mistake.
परीक्षा सुझाव: प्रायिकता ऋणात्मक या 1 से अधिक हो तो त्रुटि है।

Common mistake: Giving probability as 150%.
सामान्य भूल: 150% जैसा उत्तर देना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-71 Dice Problems (पासे की समस्याएँ)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

One die: 6 outcomes ; Two dice: 36 outcomes

Where / जहाँ:

- Ordered pairs (a, b)

हिन्दी: दो पासों के लिए 36 क्रमित युग्म बनते हैं।
English: Two dice give 36 ordered pairs.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Two dice: P(sum = 7).
Solution (हल):
(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1) → 6/36
Answer (उत्तर): 1/6

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Two dice: P(sum < 5) and P(sum ≥ 10).
Solution (हल):
Sum<5: (1,1),(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(2,2) = 6; Sum≥10: (4,6),(6,4),(5,5),(5,6),(6,5),(6,6) = 6
Answer (उत्तर): 1/6 each

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Two dice: P(product = 12).
Solution (हल):
(2,6),(6,2),(3,4),(4,3) = 4/36
Answer (उत्तर): 1/9

Exam tip: List pairs systematically.
परीक्षा सुझाव: युग्म क्रम से सूचीबद्ध करें।

Common mistake: Treating (1,2) and (2,1) as the same outcome.
सामान्य भूल: (1,2) व (2,1) को एक मान लेना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-72 Coin Problems (सिक्के की समस्याएँ)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

One coin: 2 ; Two coins: 4 ; Three coins: 8 outcomes

Where / जहाँ:

- H = head, T = tail

हिन्दी: n सिक्कों के उछाल में 2^n परिणाम होते हैं।
English: n coins give 2^n equally likely outcomes.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. Two coins: P(2 heads).
Solution (हल):
{HH} = 1/4
Answer (उत्तर): 1/4

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. Two coins: P(at least one head).
Solution (हल):
{HH, HT, TH} = 3/4
Answer (उत्तर): 3/4

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Three coins: P(exactly two heads) and P(at least two heads).
Solution (हल):
Exactly two: HHT, HTH, THH = 3/8; at least two: 4/8
Answer (उत्तर): 3/8 and 1/2

Exam tip: Write the full sample space for 3 coins (8 outcomes).
परीक्षा सुझाव: 3 सिक्कों के सभी 8 परिणाम लिखें।

Common mistake: Counting HT and TH as one.
सामान्य भूल: HT और TH को एक गिनना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-73 Playing-Card Problems (ताश के पत्तों की समस्याएँ)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

$$52 \text{ cards} = 4 \text{ suits} \times 13 \text{ ; } 12 \text{ face cards ; } 26 \text{ red, } 26 \text{ black}$$

Where / जहाँ:

- Face cards: J, Q, K of each suit

हिन्दी: ताश की गड्डी में 52 पत्ते होते हैं।

English: A standard deck has 52 cards.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. P(king).
Solution (हल):
4/52
Answer (उत्तर): 1/13

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. P(red face card).
Solution (हल):
6/52
Answer (उत्तर): 3/26

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. P(neither a heart nor a king).
Solution (हल):
Heart or king = 13 + 3 = 16; 52 − 16 = 36
Answer (उत्तर): 9/13

Exam tip: Don't double-count the king of hearts.
परीक्षा सुझाव: हुकुम/पान का बादशाह दो बार न गिनें।

Common mistake: Counting the Ace as a face card.
सामान्य भूल: इक्के को फेस कार्ड मानना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

F-74 Experimental Probability (प्रायोगिक प्रायिकता)

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{\text{Number of trials in which E happened}}{\text{Total number of trials}}$$

Where / जहाँ:

- Based on actual experiments / observed data

हिन्दी: वास्तविक प्रयोगों के आँकड़ों से प्राप्त प्रायिकता प्रायोगिक प्रायिकता है।

English: Probability estimated from actual trials or data.

Basic Example (बुनियादी उदाहरण)
Q. A coin tossed 100 times shows 56 heads. P(head)?
Solution (हल):
56/100
Answer (उत्तर): 0.56

Intermediate Example (मध्यम स्तर का उदाहरण)
Q. 1500 families: 2 girls 475, 1 girl 814, 0 girls 211. P(2 girls)?
Solution (हल):
475/1500
Answer (उत्तर): 19/60 ≈ 0.317

Bihar Board Level (बिहार बोर्ड स्तर)
Q. Same data: P(at most one girl)?
Solution (हल):
(814 + 211)/1500 = 1025/1500
Answer (उत्तर): 41/60 ≈ 0.683

Exam tip: Check that the frequencies add up to the total.
परीक्षा सुझाव: बारंबारताओं का योग कुल के बराबर है या नहीं जाँचें।

Common mistake: Using the theoretical 1/2 when data is given.
सामान्य भूल: आँकड़े दिए हों तब भी सैद्धांतिक 1/2 लगाना।

Units & conditions / मात्रक व शर्तें: —

Part A: All Mathematical Identities / सभी गणितीय सर्वसमिकाएँ

D = directly used in Class 10 syllabus; **P** = prerequisite revision.

Algebraic, Square, Cube & Factorisation Identities

Identity	Status
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	D
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	D
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	D
$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$	D
$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$	P
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	P
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	P
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	P
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	P
$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (a - b)^2 + 2ab$	D
$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$	P

Laws of Exponents

Identity	Status
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	P
$a^m \div a^n = a^{m-n}$	P
$(a^m)^n = a^{mn}$	P
$(ab)^n = a^n b^n$	P
$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$	P
$a^0 = 1 \ (a \neq 0)$	P
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	P

Surds and Radicals

Identity	Status
$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$	D
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{(\frac{a}{b})}$	D
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$	D
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{(ab)}$	D
Rationalisation: $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$	P

Fractions and Ratios

Identity	Status
$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	P
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	P
$a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc$	P
Percentage = $\frac{\text{Part}}{\text{Whole}} \times 100$	P
Simple interest SI = $\frac{P\,R\,T}{100}$	P (supplementary)

Part B: Complete Trigonometry Table / त्रिकोणमिति सारणी

θ	0°	30°	45°	60°	90°
sin θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Not defined
cosec θ	Not defined	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec θ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	Not defined
cot θ	Not defined	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Memory trick: sin 0°, 30°, 45°, 60°, 90° = √0/2, √1/2, √2/2, √3/2, √4/2. cos is sin in reverse order. tan = sin ÷ cos.

Part C: Complete Mensuration Chart / क्षेत्रमिति सारणी

2-D Shapes

Shape	Formulae
Square (side a)	Area = a^2, Perimeter = 4a, Diagonal = $a\sqrt{2}$
Rectangle (l, b)	Area = lb, Perimeter = 2(l + b), Diagonal = $\sqrt{(l^2 + b^2)}$
Triangle	Area = ½ × base × height; Equilateral: $(\sqrt{3}/4)a^2$; Heron: $\sqrt{(s(s-a)(s-b)(s-c))}$ [prerequisite]
Parallelogram	Area = base × height
Rhombus	Area = ½ d_1d_2, Side = ½$\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)}$
Trapezium	Area = ½(a + b)h
Circle	C = $2\pi r$, A = πr^2
Semicircle	P = $\pi r + 2r$, A = ½πr^2
Quadrant	P = ½$\pi r + 2r$, A = ¼πr^2
Sector (θ°)	Arc = $(\theta/360)2\pi r$, A = $(\theta/360)\pi r^2$
Ring	A = $\pi(R^2 - r^2)$
Segment (minor)	A = Sector − Triangle

3-D Solids

Solid	Formulae
Cuboid	V = lbh; TSA = 2(lb + bh + hl); LSA = 2h(l + b); d = $\sqrt{(l^2 + b^2 + h^2)}$
Cube	V = a^3; TSA = $6a^2$; LSA = $4a^2$; d = $a\sqrt{3}$
Cylinder	V = πr^2h; CSA = $2\pi rh$; TSA = $2\pi r(r + h)$
Cone	V = ⅓πr^2h; l = $\sqrt{(r^2 + h^2)}$; CSA = πrl; TSA = $\pi r(r + l)$
Sphere	V = $(4/3)\pi r^3$; SA = $4\pi r^2$
Hemisphere	V = $(2/3)\pi r^3$; CSA = $2\pi r^2$; TSA = $3\pi r^2$
Frustum (supplementary)	V = $(\pi h/3)(R^2 + r^2 + Rr)$; l = $\sqrt{(h^2 + (R - r)^2)}$; CSA = $\pi(R + r)l$; TSA = CSA + πR^2 + πr^2

Part D: Coordinate Geometry Quick Chart

Concept	Formula
Distance	$\sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)}$
Distance from origin	$\sqrt{(x^2 + y^2)}$
Section (internal) $m_1:m_2$	$((m_1x_2 + m_2x_1)/(m_1 + m_2), (m_1y_2 + m_2y_1)/(m_1 + m_2))$
Midpoint	$((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$
Centroid (supplementary)	$((x_1 + x_2 + x_3)/3, (y_1 + y_2 + y_3)/3)$
Area of triangle	$½\|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\|$
Collinear	Area = 0
Axes	x-axis: y = 0; y-axis: x = 0; origin (0, 0); quadrants I(+,+) II(−,+) III(−,−) IV(+,−)

Part E: Statistics Formula Quick Chart

Concept	Formula
Class mark	(upper + lower)/2
Mean (direct)	$\Sigma fx / \Sigma f$
Mean (assumed)	$a + \Sigma fd/\Sigma f$, $d = x - a$
Mean (step-deviation)	$a + h \cdot \Sigma fu/\Sigma f$, $u = (x - a)/h$
Median	$l + ((n/2 - cf)/f) \times h$
Mode	$l + ((f_1 - f_0)/(2f_1 - f_0 - f_2)) \times h$
Empirical	Mode = 3 Median − 2 Mean
Ogive	Intersection of less-than and more-than ogives → median

Part F: One-Page Chapter-wise Revision

Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ)

F-01 Euclid's Division Lemma & Algorithm: $a = bq + r$, $0 \le r < b$

F-02 HCF × LCM Relationship: $HCF(a, b) \times LCM(a, b) = a \times b$

F-03 HCF & LCM by Prime Factorisation: HCF = product of smallest powers of common primes
LCM = product of greatest powers of all primes

F-04 Decimal Expansion of Rationals: p/q (lowest terms) terminates $\Leftrightarrow q = 2^m \times 5^n$ $(m, n \ge 0)$

Key point: Irrational: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ($\sqrt{\text{prime}}$). HCF × LCM = product (two numbers only).

Chapter 2: Polynomials (बहुपद)

F-05 Zero of a Polynomial & Factor Theorem: Zero of $ax + b$ is $-b/a$; $p(k) = 0 \Leftrightarrow (x - k)$ is a factor

F-06 Quadratic: Sum & Product of Zeroes: $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ for $ax^2 + bx + c$

F-07 Cubic: Zeroes–Coefficient Relations: $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$; $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$; $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

F-08 Division Algorithm for Polynomials: $p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$, $r(x) = 0$ or $\deg r < \deg g$

Key point: Deg 1 → 1 zero; deg 2 → ≤ 2; deg 3 → ≤ 3.

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)

F-09 General Form & Consistency Conditions: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} \ne \frac{b_1}{b_2}$ → unique solution

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \ne \frac{c_1}{c_2}$ → no solution

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ → infinitely many

F-10 Substitution Method: From one equation write $x = f(y)$ (or $y = f(x)$), substitute into the other

F-11 Elimination Method: Make coefficients of one variable equal (numerically), then add or subtract

F-12 Cross-Multiplication Method: $\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

F-13 Graphical Method: Each equation is a straight line: intersect → unique; parallel → none; coincide → infinite

Key point: Three cases of consistency; elimination is fastest in exams.

Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)

F-14 Quadratic Formula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

F-15 Discriminant & Nature of Roots: $D = b^2 - 4ac$: $D > 0$ two distinct real; $D = 0$ two equal real ($x = -\frac{b}{2a}$); $D < 0$ no real roots

F-16 Sum & Product of Roots: $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

F-17 Formation of Quadratic Equation: $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

F-18 Factorisation (Splitting Middle Term): Split b into two numbers whose product is ac and sum is b

Key point: Check roots against word-problem conditions; D decides nature.

Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)

F-19 nth Term of an AP: $a_n = a + (n - 1)d$

F-20 Number of Terms / Last Term: $l = a + (n - 1)d$, $n = \frac{l - a}{d} + 1$

F-21 Sum of n Terms (using a, d): $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

F-22 Sum of n Terms (using a, l): $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

F-23 Arithmetic Mean / Condition for AP: $b = \frac{a + c}{2} \Leftrightarrow 2b = a + c$

Key point: $d = a_2 - a_1$; S_n has two forms; a_n = $S_n - S_{n-1}$.

Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)

F-24 Basic Proportionality Theorem (Thales): $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

F-25 Converse of BPT: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$

F-26 Similarity Criteria (AAA, SAS, SSS): AAA: $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$; SSS: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$; SAS: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ and $\angle A = \angle D$

F-27 Areas of Similar Triangles: $\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta DEF)} = (\frac{AB}{DE})^2 = (\frac{BC}{EF})^2 = (\frac{AC}{DF})^2$

F-28 Perimeters of Similar Triangles: $\frac{Perimeter(\Delta ABC)}{Perimeter(\Delta DEF)} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

F-29 Pythagoras Theorem: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (right angle at B)

F-30 Converse of Pythagoras Theorem: If $AC^2 = AB^2 + BC^2$ then $\angle B = 90°$

Key point: BPT: parallel ⇒ proportional; area ratio squares; perimeter ratio does not.

Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)

F-31 Distance Formula: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

F-32 Section Formula: $P = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

F-33 Midpoint Formula: $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

F-34 Centroid of a Triangle (supplementary): $G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

F-35 Area of a Triangle: Area = $\frac{1}{2} \left| x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right|$

F-36 Collinearity Condition: Three points are collinear $\Leftrightarrow$ Area of triangle = 0

Key point: Distance, section, mid-point, area; collinear $\Rightarrow$ area = 0.

Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)

F-37 Trigonometric Ratios: $\sin\theta = \frac{P}{H}$, $\cos\theta = \frac{B}{H}$, $\tan\theta = \frac{P}{B}$, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{H}{P}$, $\sec\theta = \frac{H}{B}$, $\cot\theta = \frac{B}{P}$

F-38 Reciprocal & Quotient Identities: $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$; $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

F-39 Pythagorean Trigonometric Identities: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$; $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$; $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

F-40 Complementary Angle Identities: $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$; $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$; $\tan(90° - \theta) = \cot\theta$; $\cot(90° - \theta) = \tan\theta$; $\sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$; $\operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$

F-41 Standard Angle Values: See Trigonometric Table in Part B

Key point: Learn the table; identities solve all proofs; complementary angles swap co-functions.

Chapter 9: Applications of Trigonometry (त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग)

F-42 Heights & Distances (Basic): $\tan\theta = \frac{h}{d}$; $\sin\theta = \frac{h}{l}$; $\cos\theta = \frac{d}{l}$

F-43 Angle of Depression: $\tan\theta = \frac{h}{d} \Rightarrow d = h\cot\theta$ (θ measured from the horizontal at the top)

F-44 Two Observation Points: $h = \frac{d}{\cot\beta - \cot\alpha}$ (α at nearer point, β at farther point, d = distance between points)

Key point: Draw the figure; angles from the horizontal; keep $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{2} = 1.41$.

Chapter 10: Circles (वृत्त)

F-45 Tangent ⊥ Radius: OT ⊥ PT ⇒ $OP^2 = OT^2 + PT^2$

F-46 Tangents from an External Point: PA = PB ; ∠APB + ∠AOB = 180° ; 2 tangents from external point

Key point: Tangent ⊥ radius; equal tangents; circumscribed quadrilateral AB + CD = AD + BC.

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)

F-47 Circumference & Area of Circle: $C = 2\pi r$; $A = \pi r^2$ ($\pi = \frac{22}{7}$)

F-48 Ring / Circular Path: Area of ring = $\pi(R^2 - r^2) = \pi(R + r)(R - r)$

F-49 Sector Area & Arc Length: $l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$; $A = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$; $A = \frac{1}{2} l r$

F-50 Area of Segment: Segment = Sector − Triangle = $\frac{\theta}{360}\pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin\theta$

F-51 Composite Figures: Semicircle: $P = \pi r + 2r$, $A = \frac{1}{2}\pi r^2$; Quadrant: $P = \frac{1}{2}\pi r + 2r$, $A = \frac{1}{4}\pi r^2$

Key point: π = 22/7 when r is a multiple of 7; sector = θ/360 × circle.

Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

F-52 Cuboid & Cube: Cuboid: V = lbh, TSA = 2(lb + bh + hl), LSA = 2h(l + b), diagonal = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
Cube: $V = a^3$, $TSA = 6a^2$, $LSA = 4a^2$, diagonal = $a\sqrt{3}$

F-53 Cylinder: CSA = $2\pi rh$; TSA = $2\pi r(r + h)$; $V = \pi r^2 h$

F-54 Cone: $l = \sqrt{r^2 + h^2}$; CSA = πrl ; TSA = $\pi r(r + l)$; $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

F-55 Sphere: Surface area = $4\pi r^2$; $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

F-56 Hemisphere: CSA = $2\pi r^2$; TSA = $3\pi r^2$; $V = \frac{2}{3}\pi r^3$

F-57 Combination of Solids: Total volume = sum of volumes ; Total surface area = sum of exposed curved surfaces

F-58 Conversion of Solids: Volume of old solid(s) = Volume of new solid(s)

F-59 Frustum of a Cone (supplementary — check inclusion): $l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$; $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$; CSA = $\pi(R + r)l$; TSA = $\pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$

F-60 Capacity & Unit Conversion: 1 m^3 = 1000 L ; 1 L = 1000 cm^3 ; 1 cm^3 = 1 mL ; 1 m = 100 cm ; 1 m^2 = 10^4 cm^2

Key point: Join solids → only exposed surfaces; melt/recast → equal volume; convert units.

Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)

F-61 Class Mark & Mean (Direct Method): $x_i = \frac{\text{upper} + \text{lower}}{2}$; $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

F-62 Assumed Mean Method: $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$, $d_i = x_i - a$

F-63 Step-Deviation Method: $\bar{x} = a + h \times \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$

F-64 Median of Grouped Data: $\text{Median} = l + \left(\frac{n/2 - cf}{f}\right) \times h$

F-65 Mode of Grouped Data: $\text{Mode} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

F-66 Empirical Relationship: Mode = 3 × Median − 2 × Mean

F-67 Cumulative Frequency & Ogive: Less-than ogive: plot (upper limit, cf) ; More-than ogive: plot (lower limit, cf) ; Median = x at cf = n/2

Key point: Mean, median, mode formulas; ogive intersection = median.

Chapter 14: Probability (प्रायिकता)

F-68 Theoretical Probability: $P(E) = \frac{\text{Number of favourable outcomes}}{\text{Total number of equally likely outcomes}}$

F-69 Complementary Event: P(E) + P(not E) = 1 ; P(not E) = 1 − P(E)

F-70 Impossible & Certain Events: P(impossible) = 0 ; P(certain) = 1 ; $0 \leq P(E) \leq 1$

F-71 Dice Problems: One die: 6 outcomes ; Two dice: 36 outcomes

F-72 Coin Problems: One coin: 2 ; Two coins: 4 ; Three coins: 8 outcomes

F-73 Playing-Card Problems: 52 cards = 4 suits × 13 ; 12 face cards ; 26 red, 26 black

F-74 Experimental Probability: $P(E) = \frac{\text{Number of trials in which E happened}}{\text{Total number of trials}}$

Key point: $0 \leq P \leq 1$; P(E) + P(not E) = 1; list sample space.

Part G: Practice Questions / अभ्यास प्रश्न

G1. Formula Identification

1. Name the formula: $a = bq + r,\ 0 \le r < b$
2. Name the formula: $-b/a$ for $ax^2 + bx + c$
3. Name the formula: $b^2 - 4ac$
4. Name the formula: $(n/2)[2a + (n - 1)d]$
5. Name the formula: $\sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)}$
6. Name the formula: $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

G2. Fill in the Blanks

1. HCF × LCM = ____
2. Product of zeroes of $ax^2 + bx + c$ = ____
3. If D < 0 the quadratic has ____ roots
4. nth term of an AP = ____
5. tan 45° = ____
6. sin(90° − θ) = ____
7. CSA of a cone = ____
8. Volume of a sphere = ____
9. Probability of an impossible event = ____
10. Mode = ____

G3. Multiple Choice Questions

1. HCF of 96 and 404 is
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

2. Sum of zeroes of $2x^2 - 8x + 6$ is
(A) 3 (B) 4 (C) −4 (D) −3

3. Discriminant of $x^2 - 6x + 9$ is
(A) 0 (B) 36 (C) −9 (D) 18

4. 10th term of 2, 5, 8, ... is
(A) 27 (B) 29 (C) 32 (D) 30

5. DE ∥ BC, AD = 2, DB = 3, AE = 4; EC =
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

6. Distance between (0, 0) and (6, 8) is
(A) 14 (B) 10 (C) 12 (D) 8

7. If sin θ = 3/5 then cos θ =
(A) 3/4 (B) 4/5 (C) 5/4 (D) 5/3

8. Area of circle of radius 7 cm ($\pi = 22/7$)
(A) 44 cm^2 (B) 154 cm^2 (C) 308 cm^2 (D) 49 cm^2

9. CSA of cylinder r = 7, h = 10 ($\pi = 22/7$)
(A) 440 cm^2 (B) 154 cm^2 (C) 1540 cm^2 (D) 220 cm^2

10. P(prime number on a die) =
(A) 1/3 (B) 1/2 (C) 2/3 (D) 1/6

G4. Short Numerical Questions

1. Find the LCM of 12 and 18.
2. Find the zeroes of $x^2 - 7x + 12$.
3. Solve $x + y = 14$, $x - y = 4$.
4. Sum of first 20 terms of 3, 7, 11, ...
5. Midpoint of (−3, 5) and (7, −1).
6. Evaluate $\sin 30° \cos 60° + \cos 30° \sin 60°$.
7. Volume of cone r = 3 cm, h = 4 cm ($\pi = 3.14$).
8. Probability of drawing an ace from a deck.

G5. Board Examination Style Questions

1. Prove that $\sqrt{3}$ is irrational.
2. α, β are zeroes of $x^2 - 6x + 8$. Find $\alpha^2 + \beta^2$.
3. Solve $2x^2 - 7x + 3 = 0$ by the quadratic formula.
4. How many terms of 24, 21, 18, ... give sum 78? Explain the double answer.
5. Find the area of the triangle with vertices (1, −1), (−4, 6), (−3, −5).
6. Prove $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A) = \cos A$.
7. Elevation of the top of a tower from a point 30 m from its foot is 30°. Find its height ($\sqrt{3} = 1.73$).

Answer Key with Step-by-Step Solutions / उत्तरमाला

G1

1	Euclid's Division Lemma
2	Sum of zeroes (roots)
3	Discriminant
4	Sum of n terms of AP
5	Distance formula
6	Pythagorean trigonometric identity

G2

1	product of the two numbers
2	c/a
3	no real
4	$a + (n - 1)d$
5	1
6	$\cos\theta$
7	πrl
8	$(4/3)\pi r^3$
9	0
10	3 Median − 2 Mean

G3

1	(B) 4
2	(B) 4
3	(A) 0
4	(B) 29
5	(C) 6
6	(B) 10

7	(B) 4/5
8	(B) 154 cm^2
9	(A) 440 cm^2
10	(B) 1/2

G4 — Solutions

1. Find the LCM of 12 and 18.
$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ → LCM = $2^2 \times 3^2 = 36$
Answer: 36

2. Find the zeroes of $x^2 - 7x + 12$.
$(x - 3)(x - 4) = 0$
Answer: 3 and 4

3. Solve $x + y = 14$, $x - y = 4$.
Add: $2x = 18 \rightarrow x = 9$; $y = 5$
Answer: x = 9, y = 5

4. Sum of first 20 terms of 3, 7, 11, ...
$S = 10[6 + 19 \times 4] = 10 \times 82$
Answer: 820

5. Midpoint of (−3, 5) and (7, −1).
(4/2, 4/2)
Answer: (2, 2)

6. Evaluate $\sin 30° \cos 60° + \cos 30° \sin 60°$.
$1/2 \times 1/2 + (\sqrt{3}/2)(\sqrt{3}/2) = 1/4 + 3/4$
Answer: 1

7. Volume of cone r = 3 cm, h = 4 cm ($\pi = 3.14$).
$\frac{1}{3} \times 3.14 \times 9 \times 4 = 37.68$
Answer: 37.68 cm^3

8. Probability of drawing an ace from a deck.
4/52
Answer: 1/13

G5 — Solutions

1. Prove that $\sqrt{3}$ is irrational.
Assume $\sqrt{3} = p/q$ in lowest terms (p, q coprime). Then $3q^2 = p^2 \rightarrow 3$ divides $p^2 \rightarrow 3$ divides p; let $p = 3m$: $3q^2 = 9m^2 \rightarrow q^2 = 3m^2 \rightarrow 3$ divides q. So 3 divides both p and q — contradicts coprimality.
Answer: Hence $\sqrt{3}$ is irrational.

2. α, β are zeroes of $x^2 - 6x + 8$. Find $\alpha^2 + \beta^2$.
$\alpha + \beta = 6$, $\alpha\beta = 8 \rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 36 - 16$
Answer: 20

3. Solve $2x^2 - 7x + 3 = 0$ by the quadratic formula.
$D = 49 - 24 = 25$; $x = (7 \pm 5)/4$
Answer: x = 3 or 1/2

4. How many terms of 24, 21, 18, ... give sum 78? Explain the double answer.
$n^2 - 17n + 52 = 0 \rightarrow n = 4$ or 13. Terms 5 to 13 sum to 0 (since $a_{13} = -12$ and the terms are symmetric about 0).
Answer: n = 4 or 13

5. Find the area of the triangle with vertices (1, −1), (−4, 6), (−3, −5).
$\frac{1}{2}|1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (-3)(-1 - 6)| = \frac{1}{2}|11 + 16 + 21|$
Answer: 24 sq. units

6. Prove (sec A + tan A)(1 − sin A) = cos A.
LHS = $((1 + \sin A)/\cos A)(1 - \sin A) = (1 - \sin^2 A)/\cos A = \cos^2 A/\cos A$
Answer: = cos A

7. Elevation of the top of a tower from a point 30 m from its foot is 30°. Find its height (√3 = 1.73).
$\tan 30° = h/30 \rightarrow h = 30/\sqrt{3} = 10\sqrt{3} = 17.3$
Answer: ≈ 17.3 m

Chapter-wise Formula Index / सूत्र सूची

No.	Formula / सूत्र	Page
Chapter 1: Real Numbers (वास्तविक संख्याएँ)		
F-01	Euclid's Division Lemma & Algorithm (यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका एवं एल्गोरिथ्म)	5
F-02	HCF × LCM Relationship (HCF × LCM सम्बन्ध)	6
F-03	HCF & LCM by Prime Factorisation (अभाज्य गुणनखंडन से HCF व LCM)	6
F-04	Decimal Expansion of Rationals (दशमलव प्रसार (सांत / असांत आवर्ती))	7
Chapter 2: Polynomials (बहुपद)		
F-05	Zero of a Polynomial & Factor Theorem (बहुपद का शून्यक एवं गुणनखंड)	10
F-06	Quadratic: Sum & Product of Zeroes (द्विघात बहुपद: शून्यकों का योग व गुणनफल)	10
F-07	Cubic: Zeroes–Coefficient Relations (त्रिघात बहुपद: शून्यक एवं गुणांक सम्बन्ध)	11
F-08	Division Algorithm for Polynomials (बहुपदों के लिए विभाजन एल्गोरिथ्म)	12
Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables (दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म)		
F-09	General Form & Consistency Conditions (सामान्य रूप एवं संगति प्रतिबन्ध)	15
F-10	Substitution Method (प्रतिस्थापन विधि)	16
F-11	Elimination Method (विलोपन विधि)	16
F-12	Cross-Multiplication Method (वज्र-गुणन विधि)	17
F-13	Graphical Method (आलेखीय विधि)	18
Chapter 4: Quadratic Equations (द्विघात समीकरण)		
F-14	Quadratic Formula (द्विघात सूत्र)	21
F-15	Discriminant & Nature of Roots (विविक्तकर एवं मूलों की प्रकृति)	21
F-16	Sum & Product of Roots (मूलों का योग एवं गुणनफल)	22
F-17	Formation of Quadratic Equation (द्विघात समीकरण का निर्माण)	23
F-18	Factorisation (Splitting Middle Term) (गुणनखंड विधि (मध्य पद विभाजन))	24
Chapter 5: Arithmetic Progressions (समांतर श्रेढ़ी)		
F-19	nth Term of an AP (समांतर श्रेढ़ी का n वाँ पद)	27
F-20	Number of Terms / Last Term (पदों की संख्या / अंतिम पद)	27
F-21	Sum of n Terms (using a, d) (n पदों का योग (a और d के पदों में))	28

F-22	Sum of n Terms (using a, l) (n पदों का योग (प्रथम व अंतिम पद से))	29
F-23	Arithmetic Mean / Condition for AP (समांतर माध्य एवं AP की शर्त)	30
Chapter 6: Triangles (त्रिभुज)		
F-24	Basic Proportionality Theorem (Thales) (आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स))	33
F-25	Converse of BPT (BPT का विलोम)	33
F-26	Similarity Criteria (AAA, SAS, SSS) (समरूपता की कसौटियाँ)	34
F-27	Areas of Similar Triangles (समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल)	35
F-28	Perimeters of Similar Triangles (समरूप त्रिभुजों के परिमाप)	36
F-29	Pythagoras Theorem (पाइथागोरस प्रमेय)	37
F-30	Converse of Pythagoras Theorem (पाइथागोरस प्रमेय का विलोम)	38
Chapter 7: Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)		
F-31	Distance Formula (दूरी सूत्र)	40
F-32	Section Formula (विभाजन सूत्र (आंतरिक))	40
F-33	Midpoint Formula (मध्य बिंदु सूत्र)	41
F-34	Centroid of a Triangle (supplementary) (त्रिभुज का केंद्रक (अतिरिक्त))	42
F-35	Area of a Triangle (त्रिभुज का क्षेत्रफल)	43
F-36	Collinearity Condition (संरेखता प्रतिबंध)	44
Chapter 8: Introduction to Trigonometry (त्रिकोणमिति का परिचय)		
F-37	Trigonometric Ratios (त्रिकोणमितीय अनुपात)	46
F-38	Reciprocal & Quotient Identities (व्युत्क्रम एवं भागफल सर्वसमिकाएँ)	46
F-39	Pythagorean Trigonometric Identities (पाइथागोरस त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ)	47
F-40	Complementary Angle Identities (पूरक कोण सर्वसमिकाएँ)	48
F-41	Standard Angle Values (मानक कोणों के त्रिकोणमितीय मान)	49
Chapter 9: Applications of Trigonometry (त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग)		
F-42	Heights & Distances (Basic) (ऊँचाई एवं दूरी (मूल सूत्र))	52
F-43	Angle of Depression (अवनमन कोण)	52
F-44	Two Observation Points (दो प्रेक्षण स्थितियाँ)	53
Chapter 10: Circles (वृत्त)		
F-45	Tangent ⊥ Radius (स्पर्श रेखा ⊥ त्रिज्या)	56
F-46	Tangents from an External Point (बाह्य बिंदु से स्पर्श रेखाएँ)	56

Chapter 11: Areas Related to Circles (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)		
F-47	Circumference & Area of Circle (वृत्त की परिधि एवं क्षेत्रफल)	59
F-48	Ring / Circular Path (वृत्ताकार पथ (वलय))	59
F-49	Sector Area & Arc Length (त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल एवं चाप की लंबाई)	60
F-50	Area of Segment (वृत्तखंड का क्षेत्रफल)	61
F-51	Composite Figures (मिश्रित आकृतियाँ: परिमाप एवं क्षेत्रफल)	62
Chapter 12: Surface Areas and Volumes (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)		
F-52	Cuboid & Cube (घनाभ एवं घन)	65
F-53	Cylinder (बेलन)	65
F-54	Cone (शंकु)	66
F-55	Sphere (गोला)	67
F-56	Hemisphere (अर्धगोला)	68
F-57	Combination of Solids (ठोसों का संयोजन)	69
F-58	Conversion of Solids (ठोस का रूपांतरण (पिघलाना))	69
F-59	Frustum of a Cone (supplementary — check inclusion) (शंकु का छिन्नक (अतिरिक्त / समावेश जाँचें))	70
F-60	Capacity & Unit Conversion (धारिता एवं मात्रक रूपांतरण)	71
Chapter 13: Statistics (सांख्यिकी)		
F-61	Class Mark & Mean (Direct Method) (वर्ग-चिह्न एवं माध्य (प्रत्यक्ष विधि))	74
F-62	Assumed Mean Method (कल्पित माध्य विधि)	74
F-63	Step-Deviation Method (पद-विचलन विधि)	75
F-64	Median of Grouped Data (माध्यिका (समूहित आँकड़े))	76
F-65	Mode of Grouped Data (बहुलक (समूहित आँकड़े))	77
F-66	Empirical Relationship (माध्य, माध्यिका व बहुलक में सम्बन्ध)	78
F-67	Cumulative Frequency & Ogive (संचयी बारंबारता एवं तोरण (ओजाइव))	78
Chapter 14: Probability (प्रायिकता)		
F-68	Theoretical Probability (सैद्धांतिक प्रायिकता)	81
F-69	Complementary Event (पूरक घटना)	81
F-70	Impossible & Certain Events (असंभव एवं निश्चित घटना)	82
F-71	Dice Problems (पासे की समस्याएँ)	83
F-72	Coin Problems (सिक्के की समस्याएँ)	84

F-73	Playing-Card Problems (ताश के पत्तों की समस्याएँ)	84
F-74	Experimental Probability (प्रायोगिक प्रायिकता)	85